Capítulo 1

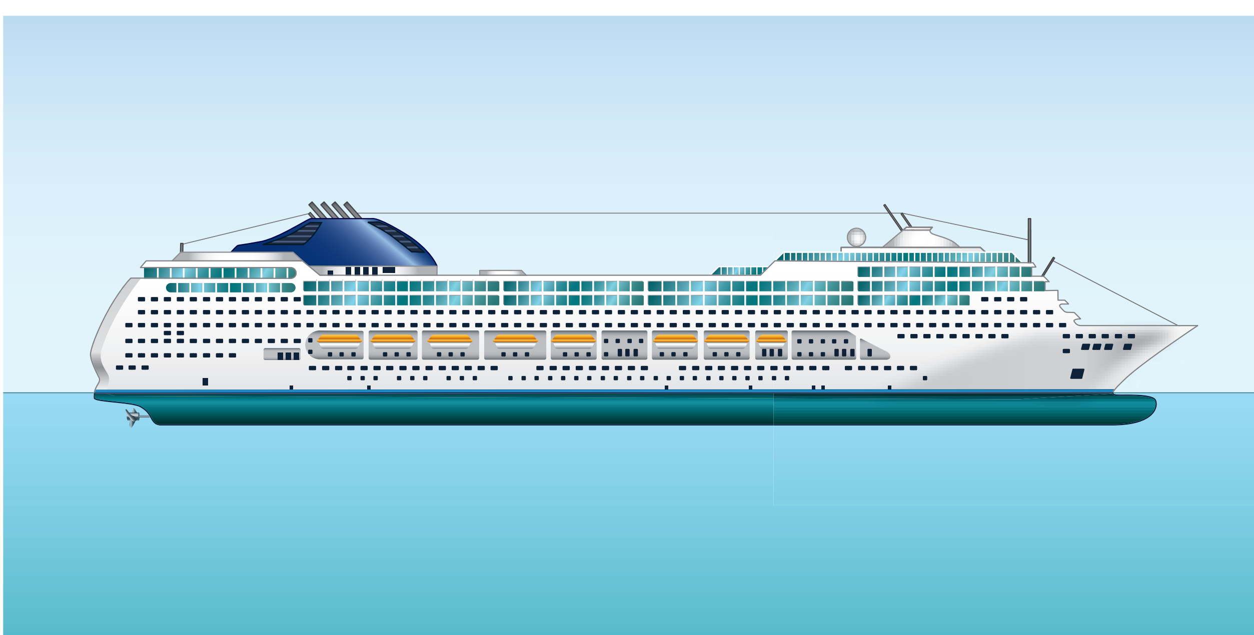
Hidrostática

O que permite um navio flutuar é a força de empuxo. Essa força equilibra o peso do navio. A magnitude da força de empuxo é igual ao peso do fluido deslocado (esse volume deslocado, no caso do navio, corresponde ao volume submerso do casco). Toda vez que carga é acrescentada, o volume submerso aumenta e, com ele, a força de empuxo.

A descoberta do princípio do empuxo é atribuída a Arquimedes, inventor e matemático grego (282-212 a.C.).

"*Eureca*!" (que significa "achei") foi o que Arquimedes teria gritado quando descobriu a força de empuxo. Diz a anedota que nesse momento, ao perceber a importância de sua descoberta, ele pulou da banheira e correu pelas ruas.

Hidrostática é a parte da Física que estuda os fluidos em repouso. Os efeitos de interesse, nesses casos, estão ligados à ação do fluido sobre si mesmo e também sobre elementos como superfícies sólidas, corpos submersos ou paredes de tanques.



1.1 O que é fluido

Substâncias capazes de escoar quando submetida à ação de uma força são denominadas fluidos. A diferença entre um **fluido** e um sólido reside principalmente nas forças de atração molecular, chamadas forças de coesão, que ocorrem entre as moléculas de todos os tipos de substâncias. Nos sólidos, as forças de coesão são tão grandes que mantêm a forma dos corpos. Os líquidos têm forças de coesão menores que as dos sólidos e, por esse motivo, não têm forma definida. Nos gases, as forças de coesão são ainda menores do que nos líquidos. Em decorrência desse fato, os gases são agregados de moléculas amplamente espaçadas (nos líquidos o espaçamento é menor do que nos gases).

Fluido: qualquer substância que pode fluir, escoar. Portanto, fluidos são os líquidos e os gases.

Exemplo típico é um copo contendo refrigerante. Se derramamos esse refrigerante sobre a mesa, ele fica totalmente espalhado sem estrutura geométrica regular definida ou ordenação clara. Outro exemplo é um balão de festa de aniversário, cheio de ar. Quando estoura, o ar do balão se mistura com o ar atmosférico, e não conseguimos identificar uma fronteira definida (porque ela de fato não existe).

1.2 Massa específica

A massa específica de uma substância é a relação entre a massa m e seu volume V. É indicada pela letra do alfabeto grego ρ (leia "rô"):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

No Sistema Internacional (SI), as respectivas unidades de medida são: m em kg, V em m^3 e ρ em kg/m^3.

A massa específica é uma propriedade da substância ligada à constituição atômica (os elementos são constituídos de átomos mais ou menos pesados) e às condições termodinâmicas (como a temperatura, que mede indiretamente a agitação molecular e a pressão, que por sua vez está relacionada ao grau de adensamento ou de compactação das moléculas).

Para exemplificarmos, basta pensarmos em um objeto de ferro e em outro de isopor, ambos de mesma forma, mesmo tamanho e na mesma temperatura. Como os elementos constituintes dos dois objetos têm massa molecular distinta, e as moléculas têm arranjos distintos, a densidade deles é diferente. Levantando um e outro podemos constatar que o "peso" deles é diferente.

É possível dizer que os corpos que possuem muita massa em pequeno volume têm grande densidade; em contrapartida, corpos que apresentam pequena densidade são mais "leves".

A água possui massa específica de 998 kg/m^3 quando está a 20 °C. Há materiais muito mais densos, como o mercúrio líquido, que a 20 °C tem massa específica de 13 550 kg/m^3.

Comparativamente aos líquidos, os gases possuem densidade muito menor. Como exemplo, podemos citar o ar em condições atmosféricas normais (pressão de 1 atm e temperatura de 20 °C), que tem massa específica de aproximadamente 1,2 kg/m^3.

É comum expressar a densidade em termos de densidade específica, cuja definição é a seguinte:

A **densidade específica** de um material é a razão de sua massa específica com a massa específica da água a 4 °C. (O valor da massa específica da água a 4 °C é de 1 000 kg/m^3, e o valor de sua densidade específica na mesma temperatura é assumida como a unidade.)

É fácil entender a dependência da massa específica com a temperatura e pressão. Sabemos que, em geral, os materiais dilatam ou contraem em resposta a uma mudança de temperatura ou pressão, portanto, mudam a razão de sua massa por seu volume quando essas duas grandezas são alteradas.

Exemplos

1. Determinar a massa de um cubo de ferro que tem arestas de 12 cm. A massa específica do ferro é de 7 800 kg/m^3.

Solução:

O volume da forma cúbica pode ser determinado por:

$$V = \text{aresta}^3 = (0{,}12\,\text{m})^3 = 0{,}001728\ \text{m}^3$$

Utilizando a definição de massa específica (equação 1.1):

$\rho = \dfrac{m}{V}$ ou $m = \rho V$, temos:

$$m = 7\,800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0{,}001728\,\text{m}^3 = 13{,}48\,\text{kg}$$

2. Determinar a densidade do material da caixa com as seguintes dimensões externas: 20 cm de altura, 25 cm de comprimento e 12 cm de largura. A caixa é oca e suas paredes apresentam 1 cm de espessura (uniforme), possuindo massa de 3 kg. Não há tampa na caixa.

Solução:

O volume da caixa pode ser determinado pela diferença do volume de um cubo com as dimensões externas da caixa e a dimensão da parte interna (oca e também cúbica). Desse modo:

Volume externo = $V_{externo} = (0{,}20\,m \cdot 0{,}25\,m \cdot 0{,}12\,m) = 0{,}006\,m^3$

Volume interno = $V_{interno} = (0{,}19\,m \cdot 0{,}23\,m \cdot 0{,}10\,m) = 0{,}00437\,m^3$ [oco]

Volume da caixa = $V_{caixa} = 0{,}006\,m^3 - 0{,}00437\,m^3 = 0{,}00163\,m^3$

Utilizando a equação 1.1:

$$\rho = \frac{3\,kg}{0{,}00163\,m^3} = 1840{,}5\,kg/m^3$$

Alternativamente, a resposta poderia ter sido fornecida em g/cm³, pela seguinte transformação (lembrando que $1\,kg = 1\,000\,g$ e $1\,m = 100\,cm$):

$$\rho = 1840{,}5\,\frac{kg}{m^3} = 1840{,}5\,\frac{1\,kg}{(1m)^3} =$$

$$= 1840{,}5\,\frac{1\,000g}{100^3\,cm^3} = 1{,}84\,g\,/\,cm^3$$

3. Uma esfera oca, de 1 000 g de massa, possui raio externo de 8,0 cm e raio interno de 7,0 cm. Determinar a massa específica da esfera. O volume de uma esfera maciça de raio R é dado por:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Solução:

Utilizando a mesma técnica empregada no exemplo 2, o volume de uma esfera maciça (com raio externo igual a 8 cm) é diminuído do volume correspondente ao espaço vazio no interior da esfera de interesse (também esférico e com raio de 7 cm). Nesse exemplo, usaremos os volumes em cm³. Conforme descrito:

$$V_{esfera\ oca} = V_{esfera\ maciça} - V_{vazio}$$

$$V_{esfera\ oca} = \frac{4}{3}\pi \cdot (8\,cm)^3 - \frac{4}{3}\pi \cdot (7\,cm)^3 = 707{,}9\,cm^3$$

A massa específica da esfera pode então ser determinada:

$$\rho = \frac{1\,000\,g}{707{,}9\,cm^3} = 1{,}413\,\frac{g}{cm^3}$$

A resposta também poderia ter sido fornecida em unidades do SI:

$$\rho = 1{,}413\frac{g}{cm^3} = 1{,}413 \cdot \frac{1g}{(1cm)^3} = 1{,}413 \cdot \frac{\left(\frac{1}{1000}\,kg\right)}{\left(\frac{1}{100}\,m\right)^3} = 1413\,kg/m^3$$

1.3 Pressão

O conceito de pressão nos permite entender muito dos fenômenos físicos que nos rodeiam. A pressão é capaz de explicar, por exemplo, o motivo pelo qual uma faca corta facilmente um pedaço de carne usando o lado afiado da lâmina, e não obtém o mesmo efeito com o lado oposto, sem corte.

A pressão é o quociente entre a força normal atuando em uma superfície e a área da mesma superfície.

Matematicamente, temos:

$$P = \frac{F_N}{A} \quad (1.2)$$

em que:

F_N = componente normal da força agindo na superfície;

A = área sobre a qual está agindo a força.

No Sistema Internacional, a pressão é medida em pascal (Pa), que corresponde à pressão exercida por uma força de um newton em uma área de 1 metro quadrado.

Algumas conversões para as unidades de pressão podem ser obtidas no quadro 1.1.

Quadro 1.1
Conversão de algumas unidades de pressão

	bar	milibar	Pa	atm	torr
1 bar	1	10^3	10^5	0,986923	750,062
1 milibar	$1 \cdot 10^{-3}$	1	10^2	$0{,}986923 \cdot 10^{-3}$	0,750062
1 pascal	10^5	10^{-2}	1	$0{,}986923 \cdot 10^{-5}$	$0{,}750062 \cdot 10^{-2}$
1 atm	1,01325	$1{,}01325 \cdot 10^3$	$1{,}01325 \cdot 10^5$	1	$0{,}760 \cdot 10^3$
1 torr	$1{,}333224 \cdot 10^{-3}$	1,333224	$1{,}333224 \cdot 10^2$	$1{,}315789 \cdot 10^{-3}$	1

Outras unidades de pressão também são de uso comum, como o psi (*pound per square inch*), definido no Sistema Inglês de unidades como: 1 psi = 1 lbf/in^2. Sabendo que 1 lbf (uma libra força) = 4,448 N e 1 in = 25,4 mm, a pressão de 1 psi equivale a 6 894,75 Pa ou, ainda, 1 atm é igual a 14,7 psi.

1.3.1 Pressão atmosférica

É a pressão exercida pela ação do ar atmosférico que está ao redor de todos os objetos na Terra. O valor da pressão atmosférica depende do tamanho da coluna de ar na atmosfera. Por exemplo, a coluna de ar é maior sobre um objeto que está ao nível do mar do que sobre um objeto no topo do monte Everest. Portanto, a **pressão atmosférica ao nível do mar** é maior do que a pressão atmosférica no monte Everest. A figura 1.1 indica esquematicamente a coluna de ar em altitudes diferentes.

Pressão atmosférica ao nível do mar = $= 1{,}01325 \cdot 10^5$ Pa ou $1{,}01325 \cdot 10^5\ N/m^2$.

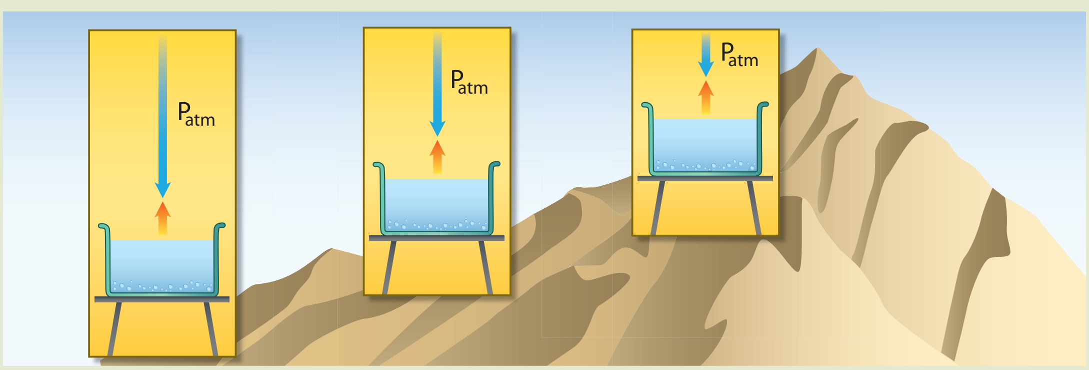


Figura 1.1
Coluna de ar para diferentes altitudes.

Exemplos

1. Qual é a força na parte superior de uma mesa com um tampo de área equivalente a um metro quadrado em uma cidade litorânea?

Solução:

Sabendo que a pressão atmosférica é igual a 101 325 Pa ou 101 325 N/m^2 para uma cidade ao nível do mar, a força deve ser de 101 325 N (equivalente a 10 329 kgf). O valor é relativamente alto e alguém poderia questionar se está correto, tendo em vista que o tampo, mesmo confeccionado de material resistente, por exemplo, de madeira, não teria resistência mecânica para suportar tamanha carga.

Como o ar atmosférico também está na parte inferior da mesa, a força na parte inferior deve ser igual a 101 325 N. Assim, as duas forças (na parte superior do tampo e na inferior) se equilibram. Os outros lados do tampo também estão sujeitos a forças causadas pela ação da pressão atmosférica, equilibrando-se mutuamente. Mesmo em corpos de formato irregular, caso o ar esteja em contato com toda a superfície desses corpos, a ação da pressão atmosférica ao redor deles possui resultante de força **nula**.

2. Qual dos dois exerce maior pressão sobre o solo: uma bailarina com massa de 45 kg, apoiada na ponta de um único pé ou um rinoceronte, de 1 200 kg de massa, apoiado nas quatro patas?

Considere a área de contato da ponta do pé da bailarina de 5 cm^2, e a área de contato de cada pata do rinoceronte de 380 cm^2. Considere, ainda, g = 9,8 m/s^2.

Solução:

Sabemos que a pressão exercida pela bailarina no solo é dada por seu peso dividido pela área da ponta de seu pé. E que o peso é igual à multiplicação da massa pela aceleração da gravidade:

$$P_{bailarina} = \frac{mg}{A} = \frac{45\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}{5 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 882\,900\,N/m^2 = 882\,900\,Pa$$

A pressão exercida pelas patas do rinoceronte é dada por:

$$P_{rinoceronte} = \frac{mg}{4A} = \frac{1200 \cdot 9{,}81}{4 \cdot 380 \cdot 10^{-4}} \cong 77\,447{,}4\,Pa$$

Desse modo, a pressão exercida no solo pela bailarina é mais de onze vezes maior do que a pressão exercida pelas patas do rinonceronte!

3. O salto agulha que as mulheres usam em ocasiões especiais tem área de apoio de aproximadamente 1,0 cm^2.

Marisa convidou João para uma festa, entretanto, como não está acostumada a dançar com esse tipo de salto, desequilibrou-se e deu uma pisada no peito do pé de João. Qual foi a pressão exercida no contato do salto com o pé do João?

Solução:

Supondo que o peso de Marisa seja aproximadamente 550 N e que ela estava apoiada apenas em uma das pernas, João suportou uma pressão de:

$$P_{Marisa} = \frac{F}{A} = \frac{550}{1 \cdot 10^{-4}} = 550 \cdot 10^4\,N/m^2 = 5\,500\,kN/m^2$$

1.3.2 Escalas de pressão

A pressão nos fluidos é relacionada aos choques moleculares que acontecem em seu interior e sobre as fronteiras (paredes) em contato com os fluidos. Imagine uma sala em uma região litorânea (situada ao nível do mar). A pressão atmosférica de 101 325 Pa em determinado ponto do meio fluido ocorre pelos choques moleculares. Se, por um processo qualquer, a sala for completamente fechada e o ar retirado por completo de seu interior, não existirão mais moléculas de nitrogênio e oxigênio (os principais componentes do ar atmosférico terrestre) para se chocarem. Assim, em uma situação como a descrita, a pressão no interior da sala vale zero. Esse é o zero absoluto, em uma escala denominada **escala absoluta de pressões**. A condição descrita é muito difícil de ser conseguida na Terra, porque o ar atmosférico tende a entrar por qualquer fresta que exista na superfície externa da sala.

Alternativamente há outra escala de pressão muito utilizada na vida prática, que é a **escala efetiva** ou **escala relativa**. Essa escala se diferencia da escala absoluta porque admite valor nulo para a pressão atmosférica. Assim, a pressão absoluta ao nível do mar é de 101 325 Pa, e a pressão efetiva é de 0 Pa. O primeiro exemplo da seção “Pressão atmosférica” (item 1.3.1) revela a motivação do uso da escala efetiva. Como a resultante de força sobre a superfície de um corpo é nula por causa da ação atmosférica, de modo efetivo a pressão atmosférica também é nula!

A transformação entre as escalas de pressão é indicada pela equação 1.3:

$$P_{abs} = P_{efetiva} + P_{atm} \quad (1.3)$$

em que:

P_{abs} = é a pressão medida na escala absoluta;

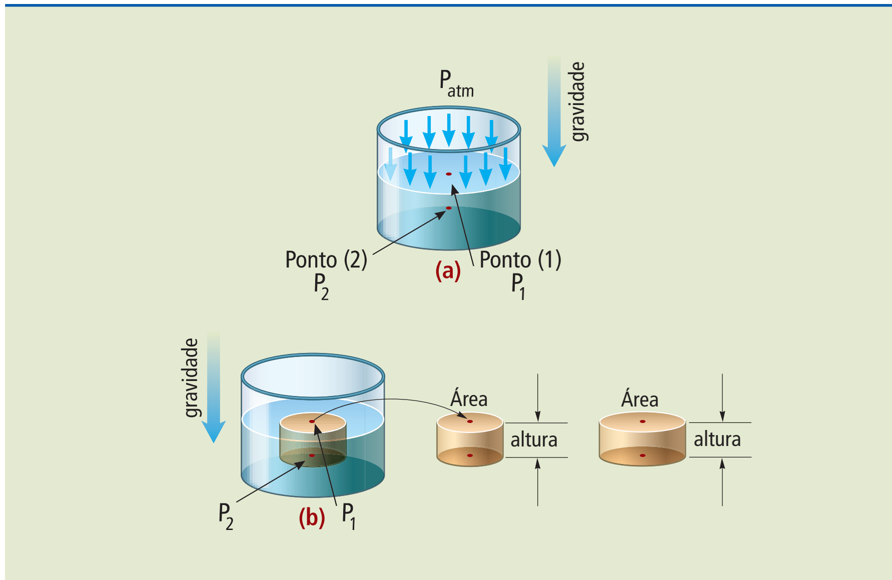
$P_{efetiva}$ = é a pressão medida na escala efetiva;

P_{atm} = é a pressão atmosférica do local.

1.3.3 Distribuição de pressão em um fluido estático

A figura 1.2 indica uma situação em que um líquido qualquer é confinado em um recipiente aberto à atmosfera. A pressão na superfície é exercida pelo ar atmosférico. Um ponto no interior do fluido tem pressão diferente da pressão na superfície ($P1 \neq P2$). A determinação dessa diferença de pressões é facilmente obtida pelo cálculo do peso de um cilindro imaginário construído entre os pontos 1 e 2. O ponto superior pertence ao tampo do cilindro, e o inferior, à base. O peso do cilindro imaginário de fluido dividido pela área de sua base é a diferença de pressão entre os pontos (ver definição da pressão na equação 1.2).

Figura 1.2
a) Distribuição de pressão atmosférica na superfície livre de um líquido;
b) cilindro imaginário entre os pontos 1 e 2.



O peso do cilindro é definido como a multiplicação de sua massa pela aceleração local da gravidade. A diferença de pressões, ocasionada pela quantidade de fluido acima do ponto, é igual a:

$$\text{diferença de pressão} = \frac{\text{peso}}{\text{área}}$$

seja:

$$\text{diferença de pressão} = \frac{\text{massa} \cdot \text{gravidade}}{\text{área}}$$

Assim, a diferença entre a pressão dos dois pontos, substituindo a massa pela densidade multiplicada pelo volume, e o volume do cilindro pela multiplicação da área da base pela altura é:

$$\text{diferença de pressão} = \frac{\text{densidade} \cdot \text{gravidade} \cdot \text{área} \cdot \text{altura}}{\text{área}}$$

É possível verificar que a diferença de pressão é independente da área da base do cilindro, o que nos leva a concluir que cilindros imaginários (ou qualquer outra forma tridimensional prismática), escolhidos com qualquer tamanho de base, obterão os mesmos resultados quanto às diferenças de pressão entre os pontos, e que as únicas grandezas relevantes para determinar a diferença são: a densidade do fluido, a gravidade local e a diferença de altura entre os pontos (representada por z). Desse modo:

$$P_{abs} = P_{efetiva} + P_{atm} \quad (1.4)$$

A equação 1.4 é a representação matemática do teorema de Stevin. Pode ser aplicada a fluidos estáticos sempre que não variarem a gravidade do local e a densidade do fluido.

Uma conclusão imediata da análise da equação 1.4 indica que, em um local em que a gravidade é nula, por exemplo, nos ambientes experimentados pelos astronautas em órbita, não há diferença de pressão em um meio fluido em repouso (figura 1.3).

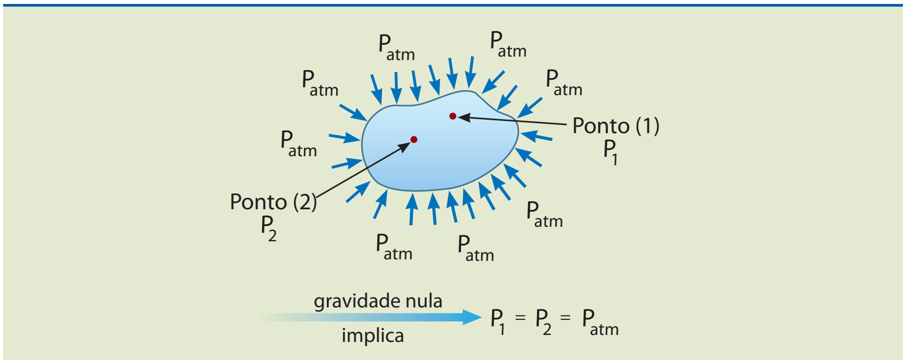


Figura 1.3
Meio fluido na ausência de campo potencial gravitacional.

Se, por um dispositivo qualquer, como um êmbolo, a pressão na superfície sofre aumento ocasionado pela adição de uma força (figura 1.4), a pressão na superfície do líquido é acrescida pelo valor da força dividido pela área da superfície. O ponto no interior do líquido também tem sua pressão acrescida do valor adicionado à superfície, ou seja, a diferença entre as pressões dos dois pontos permanece inalterada.

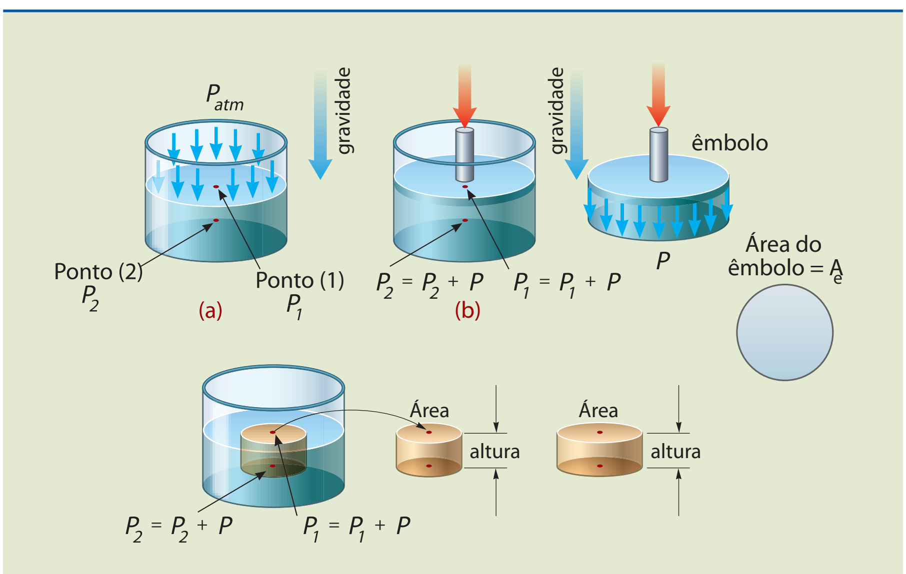


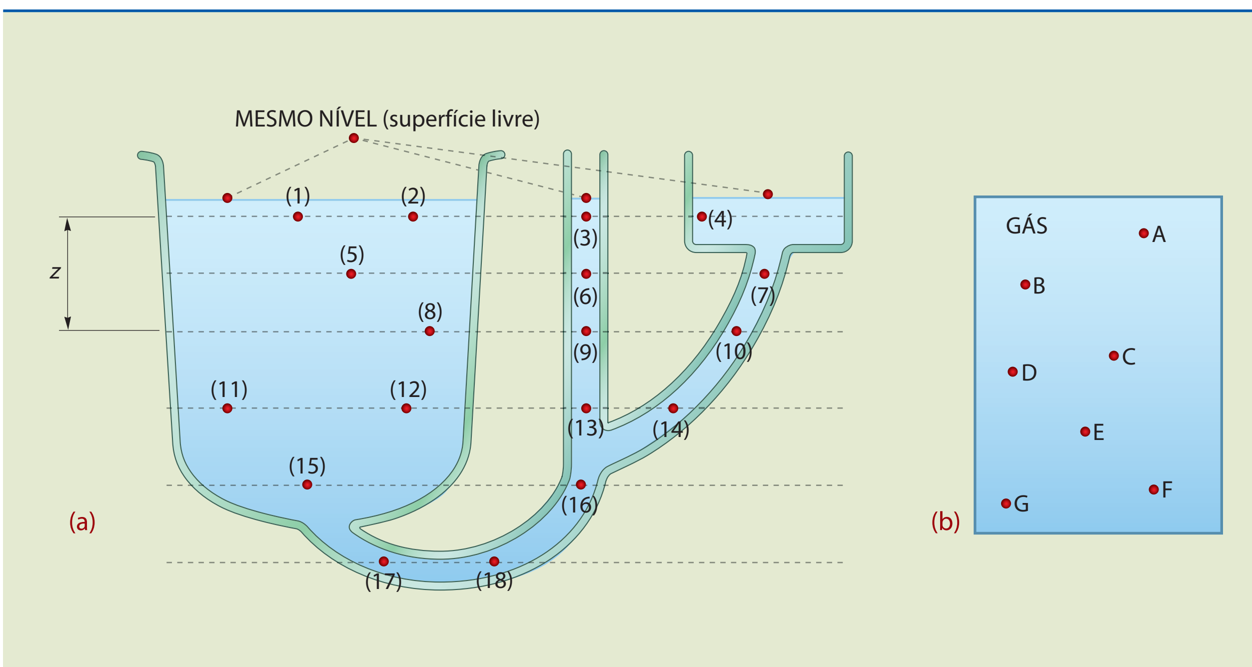
Figura 1.4
a) Reservatório aberto à atmosfera;
b) aumento da pressão na superfície – inicialmente livre – pela ação de um êmbolo.

Assim, se por qualquer ação externa, há um aumento de pressão em algum ponto, por exemplo, pela ação de um êmbolo, essa pressão é transmitida integralmente a todos os pontos do fluido (lei de Pascal). No exemplo da figura 1.4, a ação do êmbolo na superfície livre causa um aumento de pressão (P) em todos os pontos no interior do fluido.

Assim, na condição hidrostática, é possível afirmar que (figura 1.5):

- todos os pontos contidos em um plano horizontal em um dado fluido, independentemente da geometria do recipiente que o contém, possuem a mesma pressão. Exemplos (pontos indicados na figura 1.5a):
$P_1 = P_2 = P_3 = P_4$, $P_5 = P_6 = P_7$, $P_8 = P_9 = P_{10}$, $P_{11} = P_{12} = P_{13} = P_{14}$, $P_{15} = P_{16}$ e $P_{17} = P_{18}$;
- a diferença de pressão entre dois pontos depende da densidade do fluido, da diferença de cotas entre eles e do valor da aceleração da gravidade do local. Exemplo (pontos e diferença de cota z indicados na figura 1.5a):
$P_8 = P_1 + \rho g z$;
- dois ou mais tanques interconectados, se possuem superfície livre, devem obrigatoriamente estar no mesmo nível;
- caso o fluido seja um gás, como o ar, por exemplo, a densidade é relativamente baixa e, nessas condições, apesar de existente, a diferença de pressões entre os pontos do meio fluido é bastante reduzida. Exemplo (pontos indicados na figura 1.5b):
- $P_A = P_B = P_C = P_D = P_E = P_F = P_G$.

Figura 1.5
a) Tanques de diversos formatos, interligados e contendo um líquido;
b) tanque contendo um gás.



Exemplo

A profundidade máxima que um submarino consegue atingir é de 190 metros. A qual pressão externa seu casco é submetido a essa profundidade? Admitir aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e massa específica da água de 1 000 kg/m^3.

Solução:

A pressão na profundidade indicada é dada por:

$$P = P_{superfície} + \rho g z = 100\,000 + 1\,000 \cdot 10 \cdot 190 = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

na escala absoluta, ou:

$$P = P_{superfície} + \rho g z = 0 + 1\,000 \cdot 10 \cdot 190 = 1{,}9 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

na escala efetiva. Os resultados são válidos para a pressão agindo na parte externa do casco do submarino. Evidentemente, como o submarino deve acomodar a tripulação, a pressão interna deve ser de 100 000 Pa na escala absoluta, ou zero na escala efetiva (igual ou menor que à pressão ao nível do mar para que a tripulação consiga sobreviver).

Desse modo, a pressão resultante sobre o casco é de compressão e vale $1{,}9 \cdot 10^6$ Pa. É igual à diferença entre a pressão externa causada pela água e a pressão interna causada pelo ar aprisionado no interior do submarino. Nessas condições, uma escotilha de área igual a 1 metro quadrado suportaria uma força equivalente a 1 900 000 N!

1.3.4 Medidor de pressão atmosférica

A pressão atmosférica é medida por um instrumento denominado barômetro. O dispositivo básico consiste em um reservatório aberto à atmosfera e um tubo fechado em uma das extremidades, conforme indicado na figura 1.6. O fluido utilizado é o mercúrio. Na figura, o ponto A experimenta pressão atmosférica, e o ponto B tem pressão muito próxima de zero (há vapor de mercúrio confinado no espaço acima da superfície do mercúrio líquido). Aplicando a equação 1.4 entre os pontos A e B, é possível indicar qual o valor da pressão atmosférica do local após a leitura da coluna vertical de mercúrio. Caso o manômetro esteja ao nível do mar, em condições padrão, deve marcar uma coluna de z = 760 mm de altura (para densidade do mercúrio de 13 595 kg/m^3 a 0 °C e aceleração da gravidade padrão de 9,80665 m/s^2).

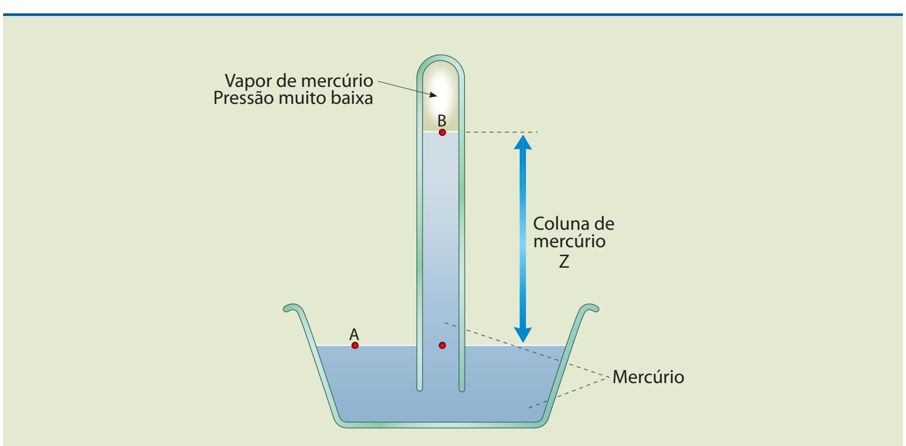


Figura 1.6
Representação esquemática de um barômetro simples.

1.4 Princípio de Arquimedes, "o empuxo"

Conta-se que Arquimedes, enquanto tomava banho, descobriu que um corpo imerso na água se torna aparentemente mais leve. Imaginou que a força exercida pelo líquido sobre o corpo aliviava o peso do corpo e que essa força deveria ser vertical e para cima (de sentido contrário ao sentido da aceleração da gravidade).

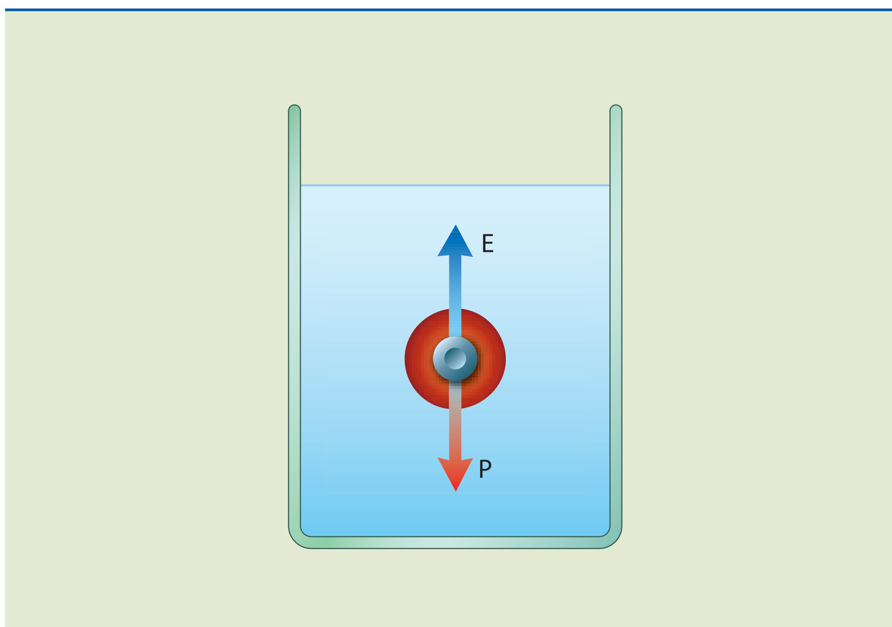
A essa força deu-se o nome de **empuxo**. A distribuição de pressão em um fluido estático foi tratada na seção 1.3.3.

Quando um corpo se encontra imerso em um líquido, sobre ele agem duas forças:

- A força **peso** (P), por causa da exposição do corpo ao campo gravitacional terrestre.
- O **empuxo** (E), proveniente da distribuição de pressão na superfície do corpo causada pela presença do fluido.

Ver a representação das forças na figura 1.7.

Figura 1.7
Representação de um corpo imerso e a força peso e o empuxo.



Se um corpo está imerso em um líquido, podemos observar as seguintes situações:

- Quando o corpo afunda, a intensidade da força de empuxo é menor do que a intensidade da força peso ($E < P$).
- Quando o corpo é levado para a superfície, a intensidade da força de empuxo é maior do que a intensidade da força peso ($E > P$).
- Quando o corpo permanece parado no ponto onde foi colocado, a intensidade da força de empuxo é igual à intensidade da força peso ($E = P$).

Assim, para analisar qual das três situações poderá ocorrer, aplicamos o princípio de Arquimedes:

> "Todo corpo mergulhado em um fluido (líquido ou gás) sofre, por parte do fluido, uma força vertical para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo".

Se considerarmos que V_{fluido} representa o volume de fluido deslocado pelo corpo, a massa do fluido deslocado é dada por:

$$m_{fluido} = V_{fluido} \cdot \rho_{fluido} \quad (1.5)$$

Como a intensidade do empuxo é igual ao peso dessa massa deslocada, a equação 1.5 torna-se:

$$E = m_{fluido} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{fluido} \cdot g \quad (1.6)$$

Para corpos imersos, o volume de fluido deslocado é igual ao volume do corpo. Nesses casos, as equações ficam:

$$E = m_{corpo} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot g \quad (1.7)$$

$$E = m_{fluido} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{corpo} \cdot g \quad (1.8)$$

Comparando as equações 1.7 e 1.8, observamos que:

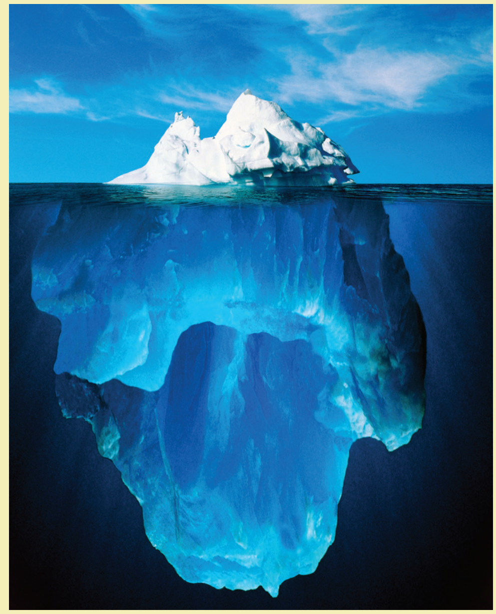
- Se $\rho_{corpo} > \rho_{fluido}$, isto é, se a densidade do corpo for maior que a densidade do fluido, o corpo desce em movimento acelerado. A força resultante, então, é dada pela expressão: $F_R = P - E$.
- Se $\rho_{corpo} < \rho_{fluido}$, o corpo sobe em movimento acelerado, então: $F_R = E - P$.
- Se $\rho_{corpo} = \rho_{fluido}$, o corpo encontra-se em equilíbrio, não desce nem sobe.

Quando um corpo qualquer, mais denso que um líquido, é totalmente imerso nesse líquido, podemos observar que seu peso, nessa situação, é aparentemente menor do que no ar. Ao entrarmos em uma piscina e mergulharmos na água, aparentemente ficamos mais leves.

A diferença entre o valor do peso real e do peso aparente corresponde ao empuxo exercido pelo líquido:

$$P_{aparente} = P_{real} - E \quad (1.9)$$

Por que um corpo flutua



© RALPH A. CLEVENGER/CORBIS (DC)/LATINSTOCK

Condições para um corpo flutuar em um líquido:

- Se ele se encontra em equilíbrio:

$E = P$

- O volume de líquido que ele desloca é menor do que seu volume:

$V_{deslocado} < V_{corpo}$

- Sua densidade é menor do que a densidade do líquido:

$V_{corpo} < V_{líquido}$

- O valor do peso aparente do corpo é nulo:

$P_{aparente} = P - E = 0$

a relação entre os volumes imerso e total do corpo é dada por:

$E = P$

$\rho_{fluido} \cdot V_{fluido} \cdot g = \rho_{corpo} \cdot V_{corpo} \cdot g \quad (1.10)$

$\frac{V_{fluido}}{V_{corpo}} = \frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} \quad (1.11)$

Exemplos

1. Uma bola de densidade $\rho = 0{,}70\ g/cm^3$, com 20 cm de diâmetro, flutua na água ($\rho_{água} = 1{,}0\ g/cm^3$). Determinar o volume da bola que permanece dentro da água. Ver representação esquemática na figura 1.8.

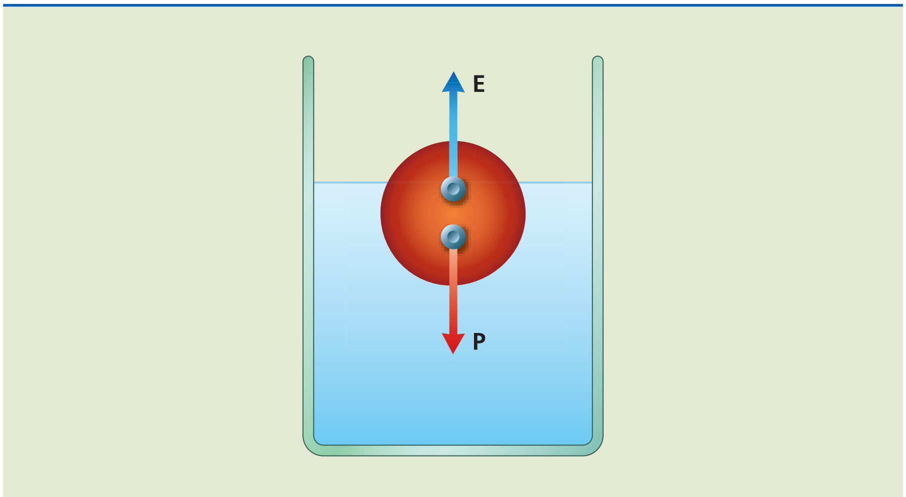


Figura 1.8

Como a bola está flutuando, temos que E = P.

Sendo o volume da esfera de raio R igual a:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

podemos escrever, pela equação 1.11:

$$V_{fluido} = V_{corpo}\frac{\rho_{corpo}}{\rho_{fluido}} = \frac{4}{3}\pi(10\ cm)^3\frac{0{,}7g/cm^3}{1g/cm^3}$$
$$V_{fluido} = 2\,932\ cm^3$$

que é o volume de fluido deslocado pela bola ou, ainda, seu volume imerso.

2. Dois adolescentes jogavam bola no quintal quando a mãe de um deles pediu que fossem fazer os exercícios de Física. Eles imediatamente disseram que estavam fazendo, na prática, um dos exercícios para verificarem se as respostas que haviam calculado eram constatadas.

O enunciado do exercício em questão afirmava que uma bola flutua em uma poça de água (com densidade de 1 000 kg/m³).

A bola em questão tinha massa de 0,35 kg e diâmetro de 18 cm.

a) Será que a bola flutua mesmo? Por quê?
b) Qual é o valor da força de empuxo?
c) Qual é o volume de água deslocado pela bola?
d) Qual é a densidade média da bola?

Solução:

a) A bola flutua porque é muito menos densa do que a água; seu interior é cheio de ar.

b) A bola flutua na água; logo, não existe força resultante, pois o peso é contrabalanceado pela força de empuxo.

Assim:

$$F_E = mg = 0{,}35 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 3{,}43 \text{ N}$$

c) Pelo princípio de Arquimedes, sabemos que a força de empuxo é igual ao peso do fluido deslocado. Utilizando a equação 1.6:

$$E = m_{fluido} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{fluido} \cdot g$$

Assim, o volume deslocado de fluido é dado por:

$$V_{fluido} = \frac{E}{\rho_{fluido}\, g} = \frac{3{,}43 \text{ N}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9{,}81 \text{m/s}^2} =$$

$$= 3{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 3{,}5 \cdot 10^{-4} \left(10^2 \text{ cm}\right)^3 = 350 \text{ cm}^3$$

d) Para encontrar a densidade média da bola, precisamos determinar seu volume. O volume da bola é dado por:

$$V_{bola} = \frac{4}{3}\pi\left(9 \text{ cm}\right)^3 = 3\,053{,}6 \text{ cm}^3 = 3{,}0536 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Como a densidade é a massa dividida pelo volume:

$$\rho_{bola} = \frac{0{,}35 \text{kg}}{3{,}0536 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 114{,}6 \text{kg/m}^3$$

O exemplo também poderia ter sido resolvido com o auxílio da equação 1.11.