

Para um triângulo com três resistores iguais, de valor R_{Δ} , cada resistor da estrela equivalente vale:

$$R_Y = \frac{R_{\Delta}}{3} \quad (2.24)$$

Para uma estrela com três resistores iguais, de valor R_Y , cada resistor do triângulo equivalente vale:

$$R_{\Delta} = 3R_Y \quad (2.25)$$

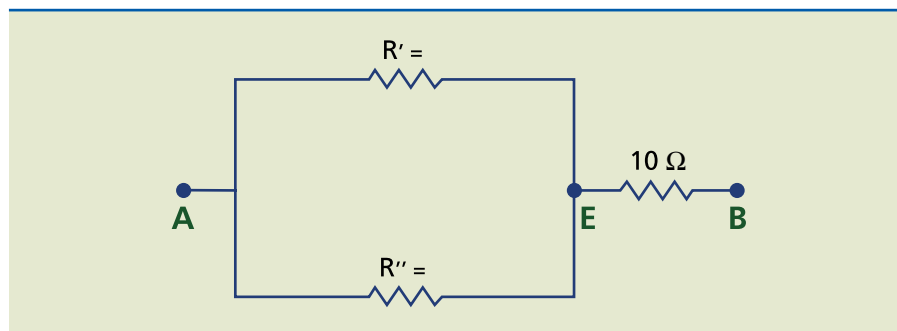
c) Na figura 2.46, verificam-se duas associações em série:

- o resistor R' , formado pelo resistor de 20Ω e R , em que:
 $R' = 20 + 10 = 30,0 \Omega$
- o resistor R'' , formado pelo resistor de 10Ω e R , em que:
 $R'' = 10 + 10 = 20,0 \Omega$

d) Redesenha-se o circuito da figura 2.46, obtendo-se o esquema na figura 2.47.

Figura 2.47

Simplificação do circuito da figura 2.46.



e) A associação em paralelo de R' e R'' resulta em:

$$R_0 = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12,0 \Omega$$

f) Finalmente, há os resistores de 10Ω e R_0 em série, resultando em:

$$R_T = 10 + 12 = 22,0 \Omega$$

Capítulo 3

Geradores e receptores



3.1 Geradores

Geradores são dispositivos que transformam um tipo qualquer de energia em energia elétrica. Conforme a fonte de energia, eles podem ser classificados em:

- **Eletroquímicos** (figura 3.1) – Produzem a diferença de potencial por meio de reações químicas em seu interior, como as pilhas e as baterias.

Figura 3.1

Geradores eletroquímicos:
(a) pilhas e (b) bateria automotiva.



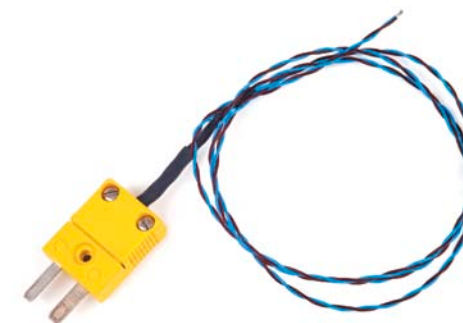
- **Eletromagnéticos** (figura 3.2) – A variação do fluxo magnético nas bobinas do gerador induz uma tensão em seus terminais. Essa variação é obtida pela rotação de um ímã ou eletroímã acoplado ao eixo do gerador. A energia mecânica que gira o eixo provém de turbinas (hidráulicas, eólicas, a vapor etc.), motores de combustão etc.

Figura 3.2

Gerador eletromagnético.



- **Par termoeletrico** (figura 3.3) – A tensão é promovida por efeito termoeletrico: o aquecimento de uma junção de dois metais (constantan e ferro, por exemplo), conhecida como par termoeletrico, dá origem a uma tensão em seus terminais, que depende da temperatura da junção.



© DAVID J. GREEN / ALAMY/OTHER IMAGES

Figura 3.3

Par termoeletrico.

- **Piezoelétricos** – Certos cristais, como a turmalina e o quartzo, produzem tensão elétrica quando submetidos a esforços de compressão ou de tração, fenômeno chamado piezoelétrico. Esses materiais são usados em agulhas de toca-discos de vinil, microfones etc.
- **Fotoelétricos** (figura 3.4) – Células construídas de silício absorvem a radiação solar e emitem elétrons; assim, produzem tensão em seus terminais quando iluminadas. Essa emissão estimulada pela luz é denominada efeito fotoelétrico.

Figura 3.4

Painel com células solares, que liberam cargas elétricas sob incidência de luz.



MATTISHUTTERSTOCK

3.1.1 Geradores de tensão e de corrente

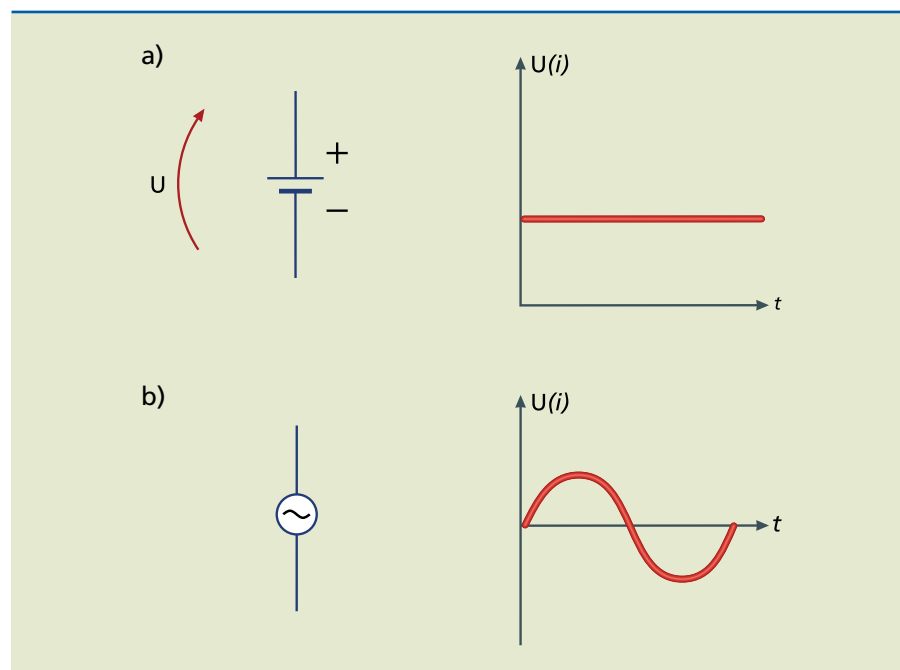
O gerador de tensão introduzido na seção 1.7 e mencionado ao longo dos capítulos anteriores é conhecido como gerador ideal. Ele mantém a tensão constante, independentemente da corrente que o percorre.



Dois geradores de tensão de interesse prático são o de tensão contínua e o de tensão alternada (senoidal). Seus símbolos e gráficos da tensão em função do tempo encontram-se na figura 3.5.

Figura 3.5

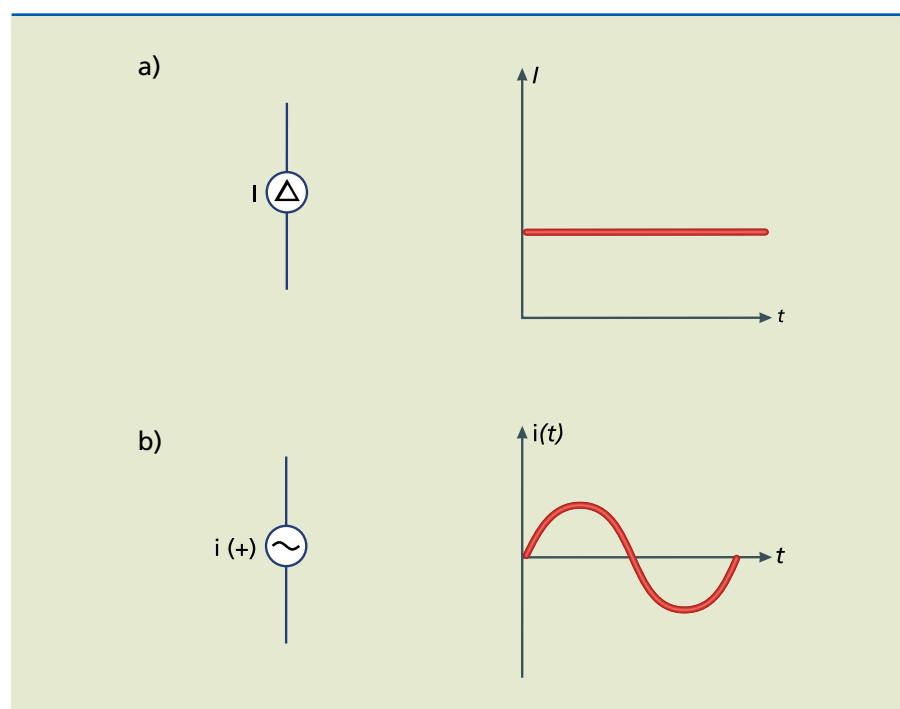
(a) Gerador de tensão contínua ideal e
(b) gerador de tensão alternada senoidal, com os respectivos gráficos da variação da tensão em função do tempo.



A figura 3.6 mostra outros símbolos também usados para representar geradores ideais de corrente contínua e corrente alternada senoidal. O gerador ideal de corrente mantém a corrente constante, independentemente da tensão em seus terminais.

Figura 3.6

(a) Gerador de corrente contínua ideal e
(b) gerador de corrente alternada, com as respectivas curvas da corrente em função do tempo.



Na prática, fontes de corrente são encontradas em carregadores de bateria e máquinas de solda elétrica.

3.1.2 Gerador de tensão contínua não ideal

Além de manter constante a tensão em seus terminais, independentemente da corrente fornecida, os geradores ideais não têm perdas, ou seja, sua resistência interna é nula. Na prática, porém, isso não acontece. Quando fornecem corrente, a tensão em seus terminais fica menor. Há perdas, provocadas, entre outros motivos, pelo efeito Joule, no conjunto de resistências do gerador (resistências internas). Uma forma de representar a queda de tensão e as perdas em um gerador real é associar uma resistência r em série com um gerador de tensão ideal E (figura 3.7).

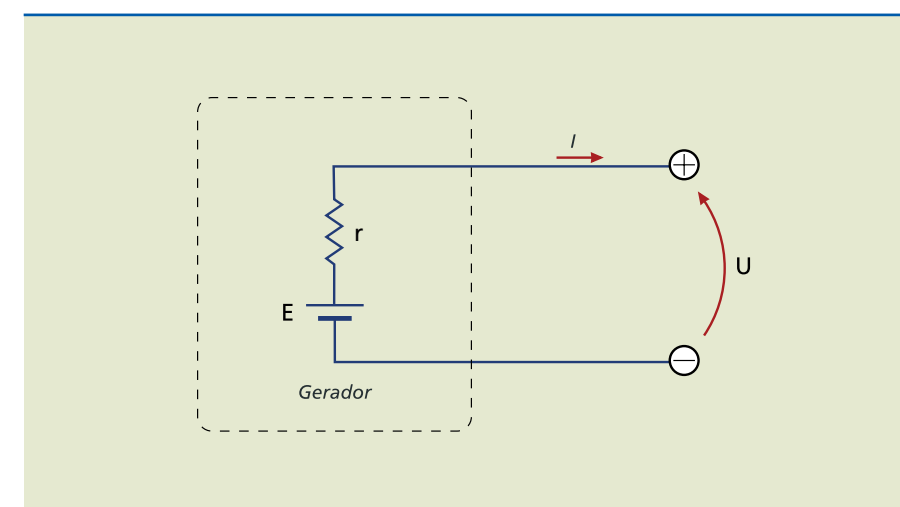


Figura 3.7

Representação de gerador não ideal.

As variáveis envolvidas nesse esquema são:

- E : força eletromotriz, representada sob a forma de tensão constante (fonte ideal de tensão). Corresponde à tensão gerada.
- r : resistência interna do gerador.
- I : corrente que percorre o gerador, dependendo da carga que estiver ligada nele. Sai do terminal positivo do gerador (corrente convencional).
- U : tensão nos terminais do gerador efetivamente fornecida ao circuito, já descontada a queda de tensão na resistência interna.

Analisando a figura 3.7, obtém-se a equação que dita o comportamento da tensão de saída U :

$$U = E - rI \quad (3.1)$$

E e r são constantes que dependem dos elementos construtivos internos do gerador. O comportamento das variáveis U e I é ditado pela equação de primeiro grau $U = f(I)$, cujo gráfico é denominado curva característica do gerador. Essa curva (figura 3.8) é uma reta, facilmente determinada por dois pontos significativos:



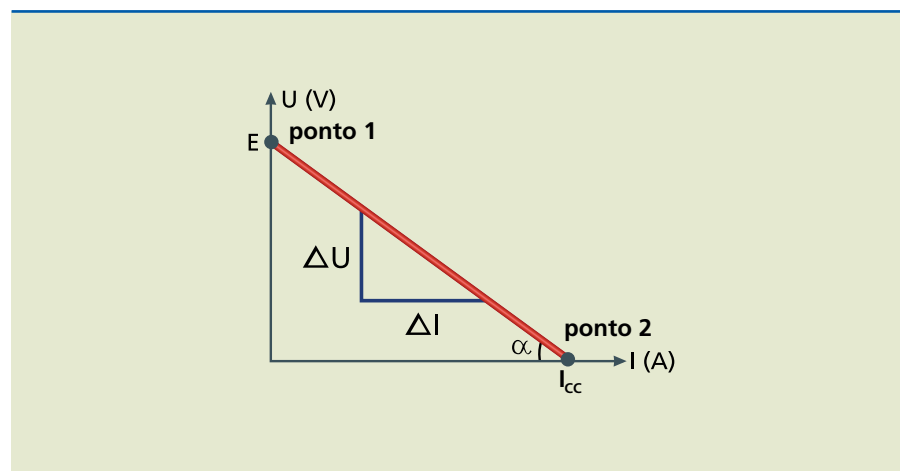
- **Primeiro ponto:** para $I = 0$, que representa um circuito aberto, sem carga, a tensão de saída vale $U = E$.
- **Segundo ponto:** para $U = 0$, que significa colocar os terminais do gerador em curto-circuito, a corrente de saída é:

$$I = I_{cc} = \frac{E}{r}$$

Com os dois pontos, obtém-se a reta da figura 3.8.

Figura 3.8

Curva característica de gerador de tensão não ideal.



A inclinação da reta determina a resistência interna do gerador:

$$r = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta U}{\Delta I} = 1 \text{ cte} \quad (3.2)$$

3.1.3 Rendimento energético (η) de um gerador

Quando se multiplicam os dois lados da equação 3.1 por I (corrente elétrica), obtém-se a equação do balanço de potências do gerador:

$$UI = EI - rI^2 \Rightarrow P_{\text{útil}} = P_{\text{Total gerada}} - P_{\text{dissipada}} \Rightarrow P_u = P_T - P_d \quad (3.3)$$

A potência útil ($P_u = UI$) corresponde à potência total ($P_T = EI$) menos a potência dissipada ($P_d = rI^2$). A parcela dissipada provoca o aquecimento do gerador.

Define-se rendimento, ou eficiência energética do gerador, como a relação entre a potência útil e a potência total gerada por ele:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \Rightarrow 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.4)$$

O rendimento η é adimensional, ou seja, não tem unidade de medida. Seu valor varia de 0 a 1. Quanto menores as perdas, maior a eficiência energética do gerador (rendimento) e maior o valor de η . Costuma-se também quantificar o rendimento em valores percentuais:

$$\eta_{\%} = \frac{P_u}{P_T} \cdot 100\% \Rightarrow 0 \leq \eta_{\%} \leq 100\% \quad (3.5)$$

Das equações 3.4 e 3.3, obtém-se:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} \Rightarrow \eta = \frac{E - rI}{E} \cdot 1 \Rightarrow 0 \leq \eta \leq 1 \quad (3.6)$$

A equação 3.6 apresenta o rendimento em função das tensões U e E . Quanto menor a tensão na saída, maior a queda de tensão e menor o rendimento energético do gerador.

3.1.4 Máxima transferência de potência de um gerador à carga

No circuito da figura 3.9, a potência útil fornecida pelo gerador é consumida pelo resistor de carga R_L .

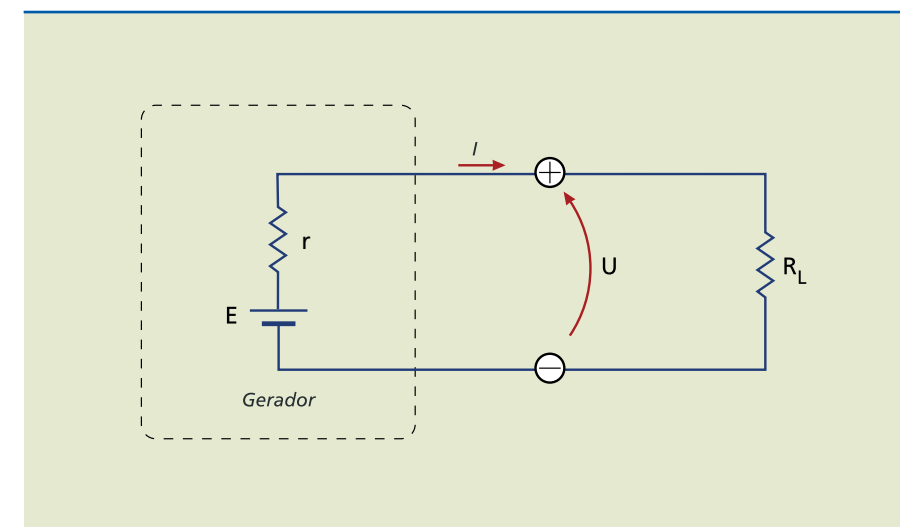


Figura 3.9

Gerador não ideal conectado à carga R_L .

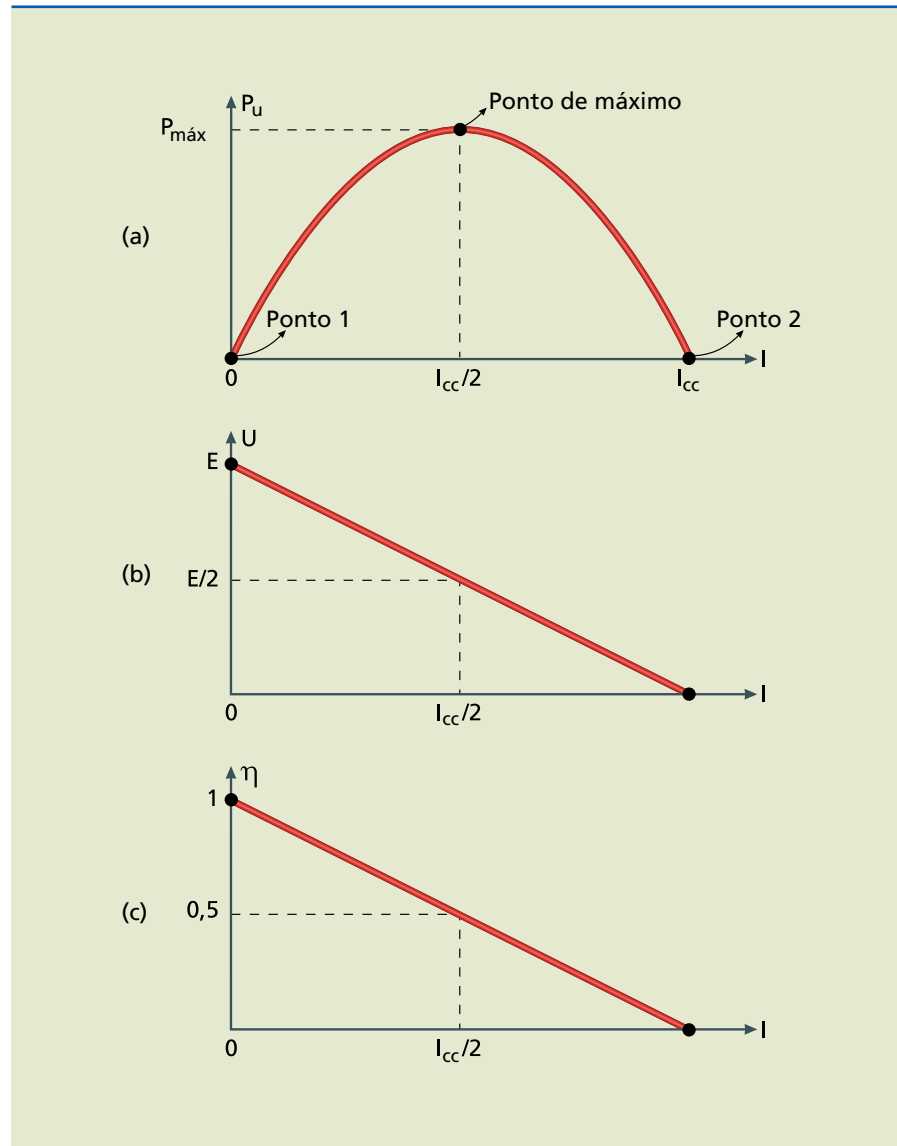
Ao analisar a curva do gerador (figura 3.10a), nota-se que para o ponto 1 a tensão vale $U = E$ e a corrente é nula, resultando em potência fornecida pelo gerador nula ($P_u = 0$). O mesmo acontece para o ponto 2, no qual $I = I_{cc}$ e a tensão de saída é nula ($U = 0$), resultando em potência fornecida nula ($P_u = 0$). Para as demais condições, tem-se tensão, corrente e potência fornecida não nulas dadas pela equação 3.7:

$$P_u = UI = EI - rI^2 \quad (3.7)$$



Figura 3.10

Gráficos (a) da tensão de saída, (b) da potência útil e (c) do rendimento, todos para um gerador não ideal em função da corrente.



Como E e r são constantes, a equação 3.7, $P_u = f(I)$, é de segundo grau, cujo gráfico é uma parábola determinada por três pontos: dois deles são as raízes ou zeros da equação (em que $P_u = 0$) e o terceiro é o ponto de máximo ($P_u = P_{m\acute{a}x}$).

Cálculos para determinação dos pontos

- **Primeiro ponto:** $I + 0 \Rightarrow P_u = E \cdot 0 = 0$
- **Segundo ponto:** $I = I_{cc}$ ($U = 0$) $\Rightarrow P_u = 0 \cdot I_{cc} = 0$
- **Ponto de máximo** ($P_u = P_{m\acute{a}x}$): ocorre no ponto médio entre as duas raízes, ou seja, para $I = I_{cc}/2$. Substituindo $I = I_{cc}/2 = E/(2r)$ na equação 3.7, obtém-se:

$$P_{m\acute{a}x} = P_u(I = I_{cc}/2) = EI - rI^2 = E \frac{I_{cc}}{2} - r \left(\frac{I_{cc}}{2} \right)^2 = E \frac{E}{2r} - r \left(\frac{E}{2r} \right)^2 = \frac{E^2}{2r} - \frac{E^2}{4r} = \frac{E^2}{4r} \quad (3.8)$$

A figura 3.10b ilustra o comportamento da potência útil P_u em função da corrente de carga I , mostrando os três pontos significativos da parábola.

A condição de máxima transferência de potência ocorre para $I = I_{cc}/2$.

Pela equação característica do gerador (3.1), obtém-se a tensão de saída para a condição de máxima transferência de potência $P_u = P_{m\acute{a}x}$, impondo-se $I = I_{cc}/2$:

$$U = E - r \frac{I_{cc}}{2} \quad (3.9)$$

Como $I_{cc} = E/r$:

$$U = E - r \frac{E}{2r} = \frac{E}{2} \quad (3.10)$$

A tensão de saída do gerador cai para a metade da tensão em vazio ($U = E/2$) para a condição de máxima transferência de potência.

Para obter $U = E/2$, com corrente de $I = I_{cc}/2 = U/R_L$, a resistência de carga R_L deverá ter valor que pode ser obtido pela equação 3.1:

$$U = \frac{E}{2} = E - rI = E - r \frac{U}{R_L} = E - r \frac{E/2}{R_L} \quad (3.11)$$

Reescrevendo 3.11:

$$\frac{E}{2} = E - r \frac{E}{2R_L} \quad (3.12)$$

Dividindo os dois lados por E e isolando R_L , obtém-se $R_L = r$.

A condição de máxima transferência de potência ocorre quando a resistência da carga é igual à resistência interna do gerador ($R_L = r$).



O rendimento para a condição de máxima transferência de potência pode ser calculado utilizando a equação 3.4:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{U}{E} = \frac{E/2}{E} = 0,5 \quad (3.13)$$

Para a condição de máxima transferência de potência, o rendimento do gerador é 0,5 (50%). Metade da energia gerada vai para a carga, e a outra metade é dissipada.

A figura 3.10c mostra o comportamento do rendimento em função da corrente.

Sugestão de atividade

Na situação de máxima transferência de potência útil, o rendimento cai para a metade. É interessante comparar esse número com o de outras situações, como transferência de 75%, 50%, 25% e 5% da potência útil. Deve-se observar que valores menores de potência útil proporcionam menor queda de tensão na carga e oferecem rendimento mais elevado.

Exemplo

Para um gerador de força eletromotriz 15 V e resistência interna 2 Ω, determine:

- A corrente de curto-circuito (I_{cc}).
- A potência útil máxima ($P_{máx}$).
- As potências útil, total e dissipada, e o rendimento do gerador, quando percorrido por uma corrente de 2 A.

Solução:

a) Como $U = 0$, obtém-se $I_{cc} = \frac{E}{r} = \frac{16}{2} = 8,00 \text{ A}$.

b) Pela equação 3.8, obtém-se $P_{máx} = \frac{E^2}{4r} = \frac{16^2}{4 \cdot 2} = 32 \text{ W}$.

c) Pela equação 3.1, calcula-se a tensão na saída do gerador:

$$U = E - rI = 16 - 2 \cdot 2 = 12,0 \text{ V}$$

A potência útil é $P_u = UI = 12 \cdot 2 = 24,0 \text{ W}$.

A potência total é $P_T = 16 \cdot 2 = 32,0 \text{ W}$.

A potência dissipada é $P_d = rI^2 = 2 \cdot 2^2 = 8,00 \text{ W}$.

O rendimento do gerador é $\eta = U/E = 12/16 = 0,750$.

3.2 Receptores

São dispositivos que retiram energia elétrica do circuito e a convertem em outra forma. Um exemplo de receptor é o motor elétrico, que transforma a energia elétrica em mecânica de movimento, ou uma lâmpada incandescente, que transforma energia elétrica em luminosa e térmica. Uma bateria de carro, durante o processo de recarga, pode ser considerada um receptor que converte a energia elétrica em química. O comportamento de todos esses tipos de receptores está adequadamente descrito na figura 3.11. (É importante notar o sentido da corrente, entrando no receptor.)

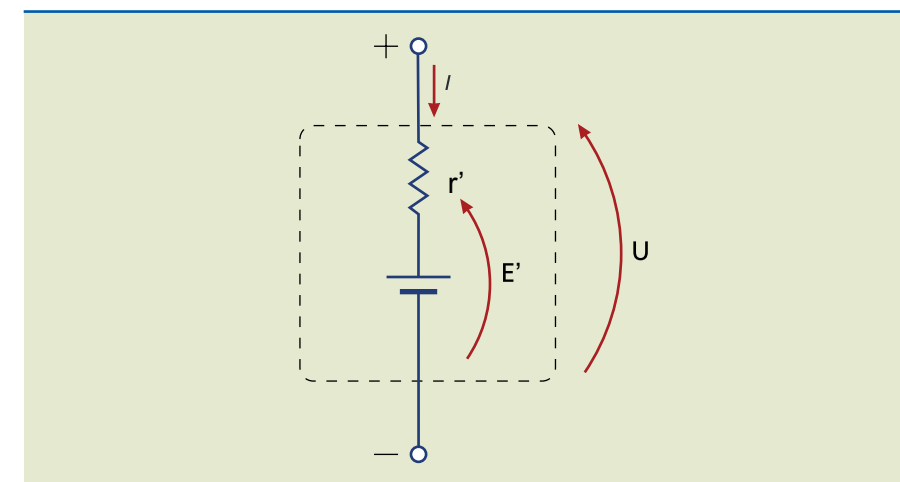


Figura 3.11
Esquema de receptor.

Nesse esquema empregam-se as variáveis:

- U : tensão recebida do gerador.
- E' : força contraeletromotriz.
- r' : resistência interna do receptor.
- I : corrente que percorre o receptor (por convenção, entra pelo polo positivo, ao contrário do gerador).

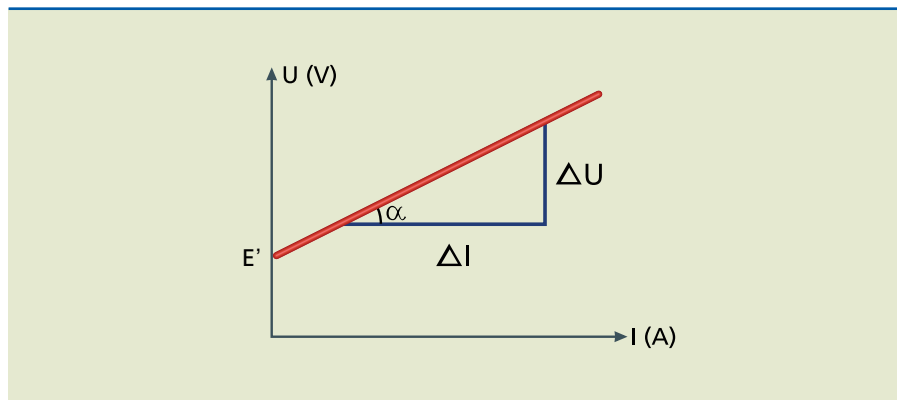
A equação característica do receptor da figura 3.11 é:

$$U = E' + r'I \quad (3.14)$$

Como E' e r' são constantes, $U = f(I)$ descreve uma função polinomial de primeiro grau (figura 3.12), graficamente representada por uma reta, que pode ser descrita a partir de um ponto conhecido e de sua inclinação.



Figura 3.12
Curva característica de um receptor:



Um ponto facilmente determinado ocorre para $I = 0$, resultando em $U = E'$.

O coeficiente angular da reta é r' , ou seja:

$$r' = \text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta U}{\Delta I} \quad (3.15)$$

Assim, a reta será ascendente com ângulo α , calculado pela equação:

$$\alpha = \text{arc tg } r' \quad (3.16)$$

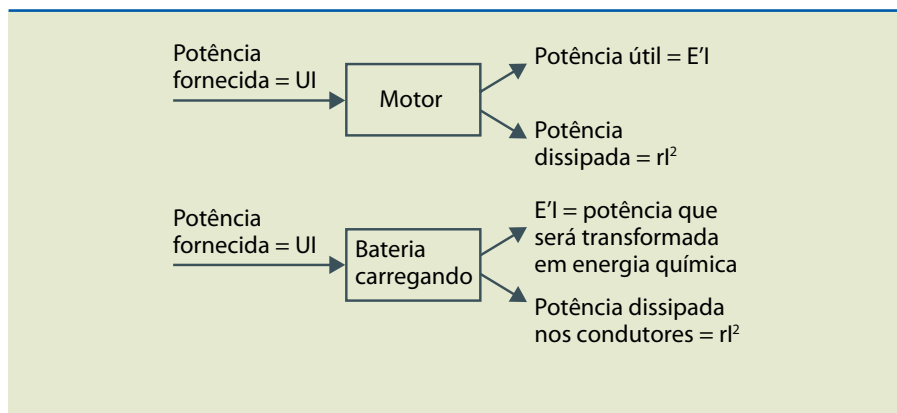
A equação das potências de um receptor será:

$$P_{\text{Total recebida}} = P_{\text{útil}} + P_{\text{dissipada}} \text{ ou } P_T = P_u + P_d \quad (3.17)$$

No caso de um motor, $E'I$ corresponde à parcela que será transformada em energia mecânica, e rI^2 , à potência dissipada nos condutores das bobinas, que se transforma em calor.

No caso de uma bateria sendo carregada, $E'I$ corresponde à parcela que se transformará em energia química, e rI^2 , à potência dissipada nos condutores e placas da bateria, provocando seu aquecimento.

Figura 3.13
Distribuição da potência elétrica em um receptor:



Combinando as equações 3.14 e 3.17, obtém-se:

$$UI = E'I + r'I^2 \quad (3.18)$$

O rendimento do receptor é calculado por:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} = \frac{E'I}{UI} \Rightarrow \eta = \frac{E'}{U} \quad (3.19)$$

Exemplo

Um motor CC (corrente contínua) em funcionamento com força contraeletromotriz de 90 V e resistência interna de 5Ω é ligado a uma rede de 110 V. Determine a corrente no circuito, as potências útil, total e dissipada do motor, bem como seu rendimento.

Solução:

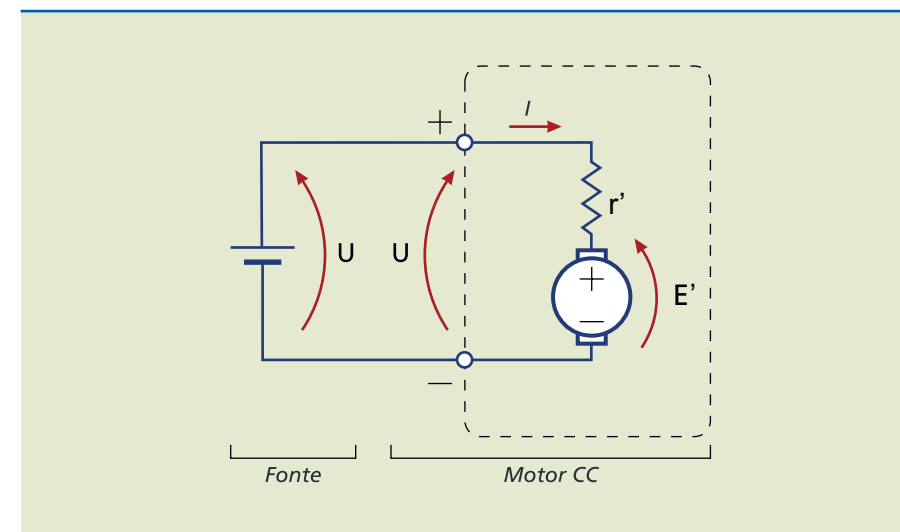


Figura 3.14
Motor ligado a fonte ideal.

Pela figura 3.14, utilizando a equação 3.14:

$$U = E' + r'I \Rightarrow 110 = 90 + 5 \cdot I$$

Daí obtém-se a corrente no motor: $I = 4 \text{ A}$.

A potência útil é $P_u = E' I = 90 \cdot 4 = 360 \text{ W}$.

A potência total consumida pelo motor é $P_T = UI = 110 \cdot 4 = 440 \text{ W}$.

A potência dissipada na resistência do motor é $P_d = r'I^2 = 5 \cdot 4^2 = 80,0 \text{ W}$.

O rendimento do motor é $\eta = (E'/U) \cdot 100\% = 90/110 = 81,8\%$.



Observação importante

Deve-se tomar muito cuidado ao interpretar os conceitos de potência útil e dissipada em um receptor. Para os exemplos do motor e da bateria, que têm fonte interna E' , os conceitos são muito claros.

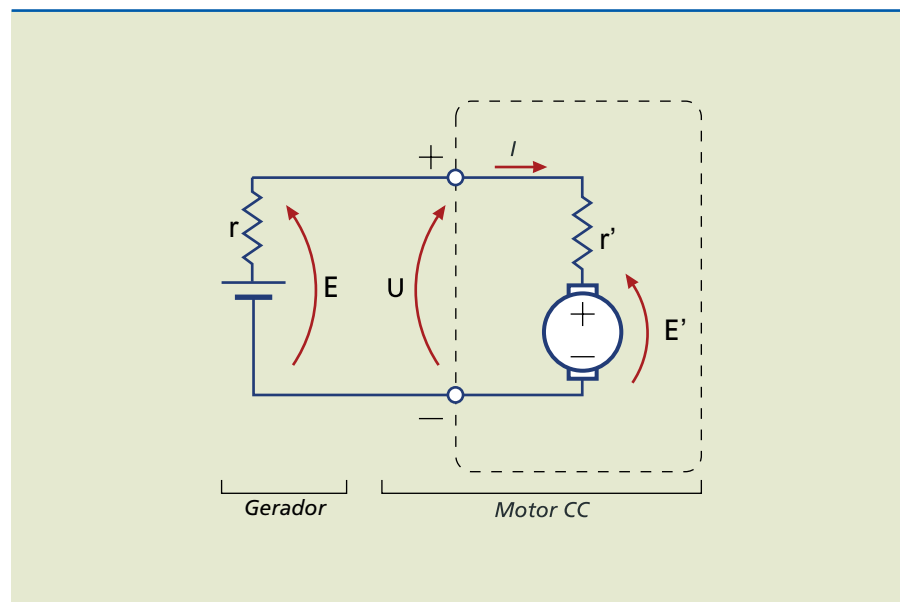
Se o receptor for uma resistência de aquecimento de um chuveiro, $E' = 0$. Porém, nesse caso, toda a potência convertida em calor é empregada para aquecer a água, que está em contato com a resistência. A potência útil é, então, ri^2 .

3.3 Operação conjunta de receptor e gerador

Consideremos um receptor (por exemplo, um motor) ligado diretamente aos terminais do gerador, conforme indicado na figura 3.15. Nessa situação, tanto o gerador como o receptor estão sujeitos à tensão U em seus terminais. A corrente será a mesma para os dois. Isso define um ponto único de funcionamento do circuito, denominado ponto de operação, ou ponto quiescente, ou ainda ponto de trabalho.

Figura 3.15

Receptor conectado a gerador:



Como as tensões nos terminais são iguais a U , pode-se escrever:

$$U = E - ri = E' + r'i \quad (3.20)$$

Isolando a corrente na equação 3.20, obtém-se:

$$I = \frac{E - E'}{r + r'} \quad (3.21)$$

Pode-se visualizar a solução graficamente na figura 3.16. Nela as duas curvas características são superpostas, indicando o ponto de operação Q , que é caracterizado pelo cruzamento das curvas características do gerador (curva crescente) e do receptor (curva decrescente). Esse é o único ponto das curvas em que as tensões terminais e correntes no gerador e receptor são iguais ($U = U_Q$ e $I = I_Q$).

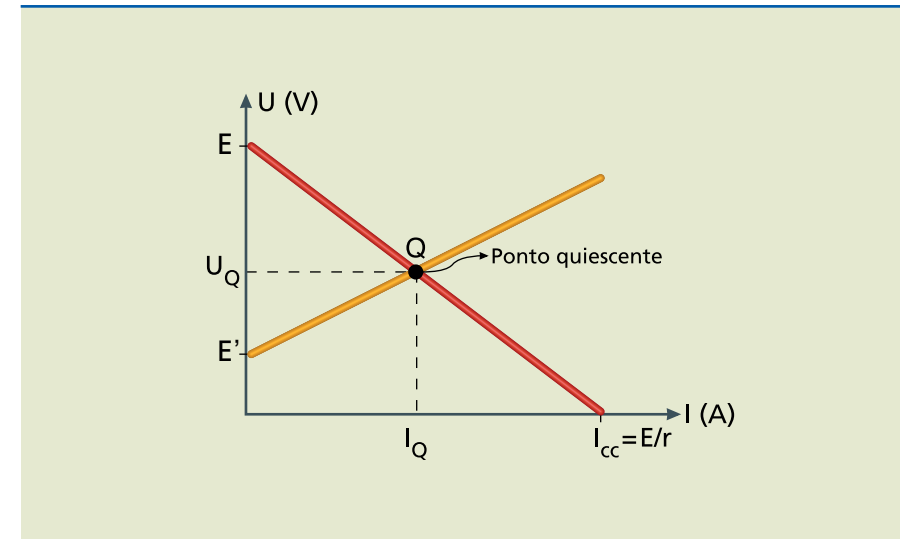


Figura 3.16

Curvas características do gerador e do receptor e ponto quiescente.

Observe-se que E deve ser maior que E' para que a corrente possa fluir do gerador para o receptor.

Exemplo

Dadas as curvas características de um gerador (curva crescente) e de um motor (curva decrescente) na figura 3.17, determine:

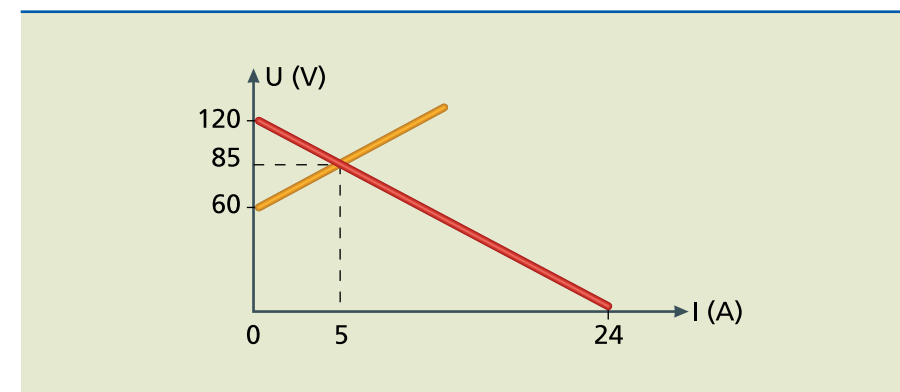


Figura 3.17

Curvas características do gerador e do receptor.

- A equação característica do gerador.
- A equação característica do receptor.
- A potência útil máxima do gerador.
- O ponto quiescente, as potências total, útil e dissipada, e o rendimento no gerador e no motor, com este ligado diretamente ao gerador.

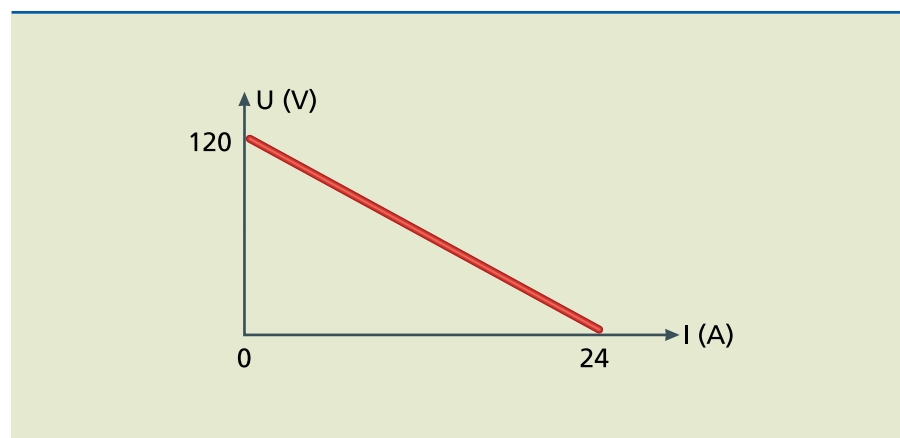


Solução:

- a) De início, considera-se isoladamente a curva característica do gerador (figura 3.18).

Figura 3.18

Curva característica do gerador:



Para $I = 0$, tem-se $E = U = 120 \text{ V}$.

Para $U = 0$, tem-se $I = I_{cc} = 24 \text{ A} = E/r = 120/r$. Daí obtém-se $r = 5\Omega$.

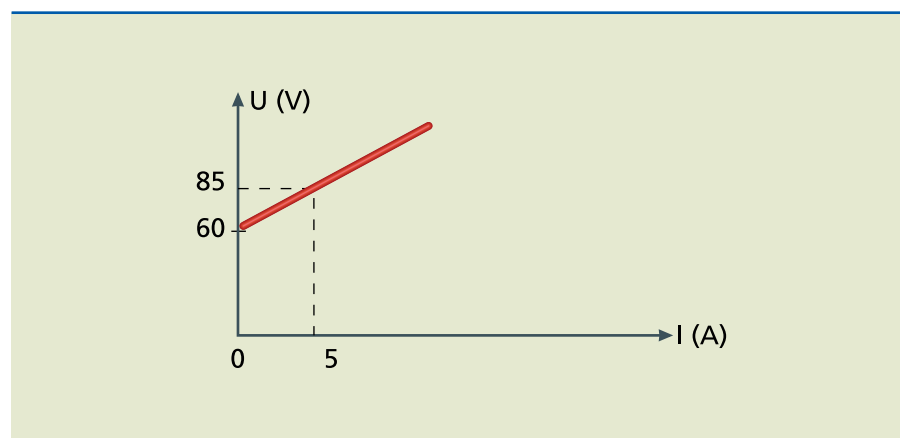
Assim, a equação característica do gerador é:

$$U = 120 - 5I$$

- b) Isola-se agora a curva característica do motor (figura 3.19).

Figura 3.19

Curva característica do motor:



Da figura 3.19, verifica-se que, para $I = 0$, tem-se $E = U = 60 \text{ V}$.

Para calcular a resistência, deve-se notar que, para uma variação na corrente de 0 a 5 A ($\Delta I = 5 \text{ A}$), a tensão nos terminais do motor vai de 60 a 85 V ($\Delta U = 25 \text{ V}$). Pela equação 3.15, o coeficiente angular da reta $\Delta I/\Delta U$ é a própria resistência interna r' , que vale $r' = 25/5 = 5\Omega$.

A resistência interna também pode ser obtida pela equação característica do motor:

$$E' = 60 + r'I$$

O gráfico mostra que, para $I = 5 \text{ A}$, $U = 85 \text{ V}$, que substituídos na equação característica fornecem:

$$85 = 60 + r'5$$

Daí obtém-se:

$$r' = 5\Omega$$

Finalmente, obtém-se a equação característica do motor:

$$E' = 60 + 5I$$

- c) Sabe-se que a máxima potência que o gerador pode fornecer é:

$$P_{\text{máx}} = \frac{E^2}{4r} = \frac{120^2}{4 \cdot 5} = 720 \text{ W}$$

- d) Com o receptor conectado ao gerador, ambos têm a mesma tensão terminal, valendo a relação:

$$60 + 5I = 120 - 5I$$

Daí obtém-se a corrente no circuito, que é $I = 6,00 \text{ A}$.

A tensão terminal pode ser obtida tanto pela equação característica do motor como do gerador. Pela equação do gerador, obtém-se:

$$U = 120 - 5 \cdot 6 = 90,0 \text{ V}$$

Apenas para conferir, se for utilizada a equação do motor, obtém-se:

$$U = 60 + 5 \cdot 6 = 90,0 \text{ V}$$

O gerador fornece ao motor uma potência útil de:

$$P_{u_{\text{gerador}}} = UI = 90 \cdot 6 = 540 \text{ W}$$

Potência dissipada no gerador:

$$P_{d_{\text{gerador}}} = rI^2 = 5 \cdot 6^2 = 180 \text{ W}$$



Potência total produzida pelo gerador:

$$P_{T_gerador} = P_u + P_d = 540 + 180 = 760 \text{ W}$$

Rendimento do gerador:

$$\eta_{gerador} = P_{u_gerador} / P_{T_gerador} = (540/760) \cdot 100\% = 75,0\%$$

A potência total recebida pelo motor é igual à potência útil entregue pelo gerador, que é:

$$P_{T_motor} = 540 \text{ W}$$

Potência dissipada no motor:

$$P_{d_motor} = r'I^2 = 5 \cdot 6^2 = 180 \text{ W}$$

Potência útil no motor:

$$P_{u_motor} = E'I = 60 \cdot 6 = 360 \text{ W}$$

Rendimento do motor:

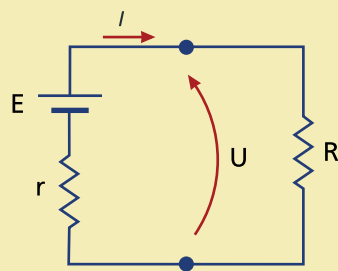
$$\eta_{motor} = P_{u_motor} / P_{T_motor} = (360/540) \cdot 100\% = 66,7\%$$

Figura 3.20

Gerador não ideal ligado a resistor.

Caso particular: $E' = 0$

Se $E' = 0$, como acontece no caso de resistores de aquecimento e lâmpadas incandescentes, a potência do receptor é dissipada em forma de calor (efeito Joule).



Como as tensões nos terminais são iguais a U, pode-se escrever:

$$U = E - rI = r'I \quad (3.22)$$

Isolando a corrente, obtém-se:

$$I = \frac{E}{r + r'} \quad (3.23)$$

3.4 Associação de geradores

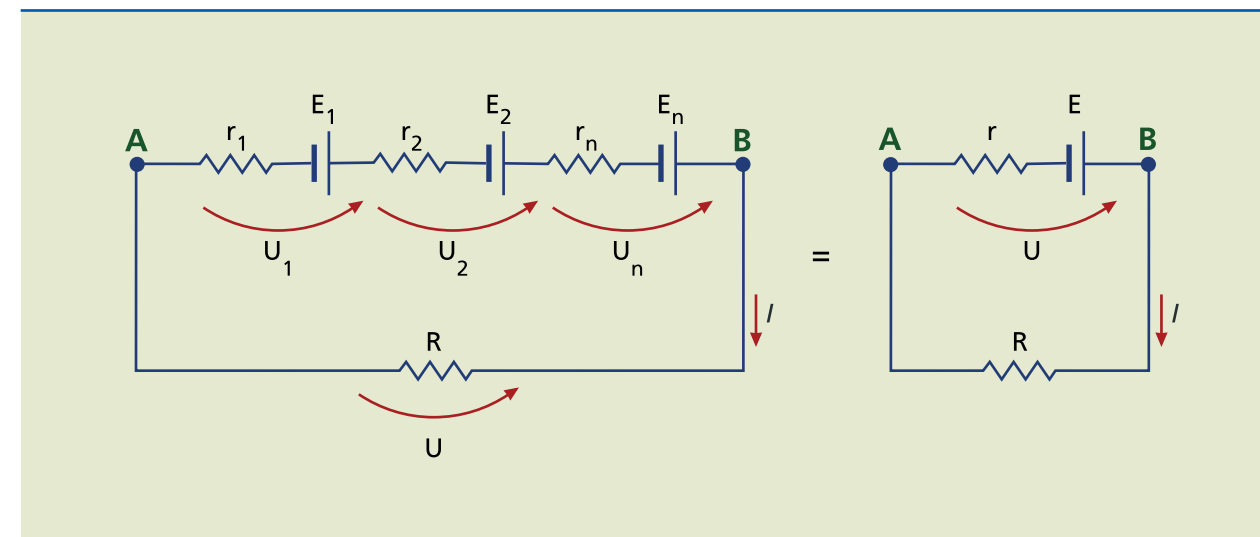
Geradores e receptores podem ser associados a fim de produzir um resultado que não seria conseguido com apenas um deles. Como acontece com os resistores, é possível construir associações cujo efeito é o mesmo de um único resistor equivalente. Nesta seção, veremos os procedimentos para calcular os parâmetros do gerador equivalente para as associações em série e em paralelo.

3.4.1 Associação em série de geradores

Esse tipo de associação é empregado para a obtenção de tensões maiores que a dos geradores individuais. A figura 3.21 apresenta n geradores conectados em série.

Figura 3.21

Associação em série de geradores e seu circuito equivalente simplificado.



A tensão total U é calculada utilizando a segunda **lei de Kirchhoff**:

As leis de Kirchhoff serão estudadas no capítulo 6.

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = R \cdot I \quad (3.24)$$

No circuito equivalente da figura 3.21, $U = E - rI$. A substituição desse valor de U na equação 3.24 resulta em:

$$E - rI = (E_1 - r_1I) + (E_2 - r_2I) + \dots + (E_n - r_nI) \quad (3.25)$$

Agrupando as tensões e resistências, chega-se a:

$$E - rI = (E_1 + E_2 + \dots + E_n) - I(r_1 + r_2 + \dots + r_n) \quad (3.26)$$

Comparando os dois lados da equação, obtém-se:

$$\begin{cases} E = E_1 + E_2 + \dots + E_n \\ r = r_1 + r_2 + \dots + r_n \end{cases} \quad (3.27)$$



Conclusão

Em uma associação em série de geradores, a força eletromotriz (f.e.m.) do modelo equivalente é a soma das f.e.m. dos geradores.

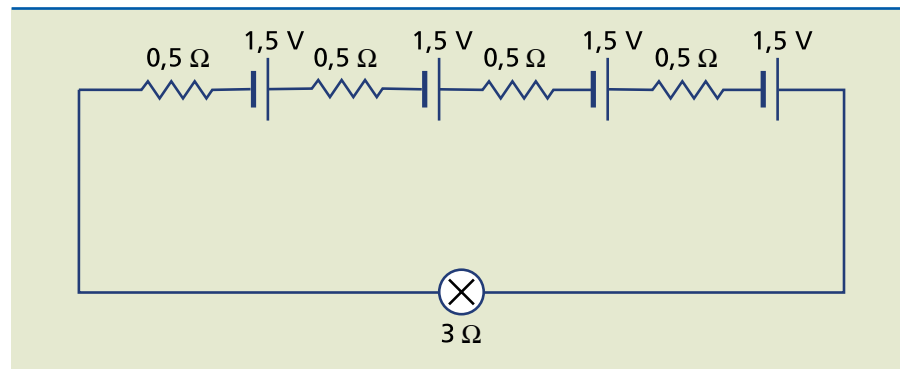
A resistência interna equivalente é a soma das resistências dos geradores.

Exemplo

Uma lâmpada incandescente com resistência de 3Ω é ligada a quatro pilhas em série, cada uma com força eletromotriz de $1,5 \text{ V}$ e resistência interna de $0,5 \Omega$ (figura 3.22). Determine a corrente na lâmpada e a potência por ela consumida.

Figura 3.22

Associação em série de pilhas alimentando lâmpada.



Solução:

Tensão do gerador equivalente:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = 4 \cdot 1,5 = 6,00 \text{ V}$$

Resistência do gerador equivalente:

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + 4 \cdot 0,5 = 2 \Omega$$

Conectando a lâmpada, obtém-se:

$$U = E - rI = 6 - 2I = 3I$$

Corrente no circuito:

$$I = 1,20 \text{ A}$$

Potência consumida pela lâmpada:

$$P_{\text{lâmpada}} = R_{\text{lâmpada}} I^2 = 3 \cdot 1,20^2 = 4,32 \text{ W}$$

3.4.2 Associação em paralelo de n geradores iguais

Nessa associação (figura 3.23), todos os polos positivos estão interligados, assim como todos os negativos. A tensão nos terminais dos geradores é a mesma. A corrente total é a soma das correntes individuais. Como as tensões e resistências individuais são iguais, a corrente em cada gerador vale I/n , sendo I a corrente na carga R_L .

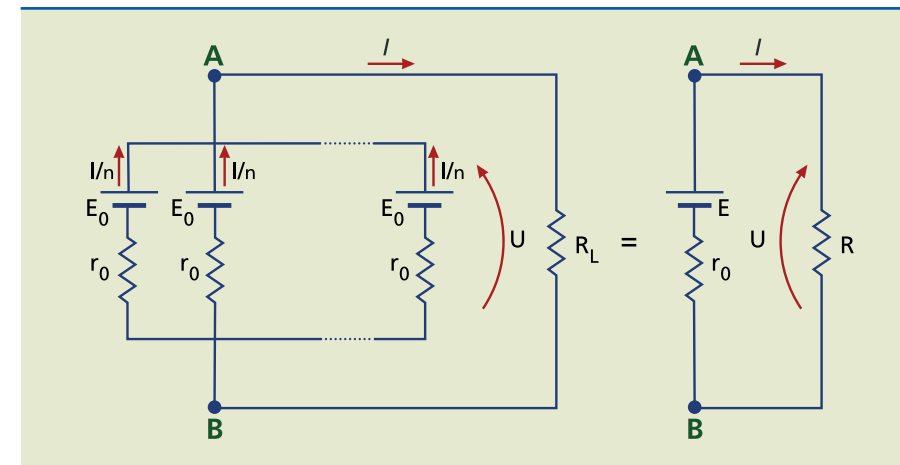


Figura 3.23

Associação em paralelo de n geradores iguais e seu gerador equivalente.

A tensão nos terminais de cada gerador é:

$$U = E_0 - r_0 \frac{I}{n} = R_L I \quad (3.28)$$

A tensão nos terminais do gerador equivalente é:

$$U = E - rI = R_L I \quad (3.29)$$

A associação de geradores e o gerador equivalente devem apresentar a mesma tensão U e corrente I em seus terminais. Comparando as equações 3.28 e 3.29, verifica-se que isso apenas ocorre se:

$$\begin{cases} E = E_0 \\ r = \frac{r_0}{n} \end{cases} \quad (3.30)$$

Na associação em paralelo de n geradores iguais, a força eletromotriz equivalente é a mesma do gerador individual, e a resistência interna equivalente é a associação em paralelo de resistências iguais, ou seja, o valor individual dividido pelo número de geradores.



A vantagem da associação em paralelo é a possibilidade de obter correntes elevadas na carga, recurso necessário, por exemplo, para a partida de certos motores.

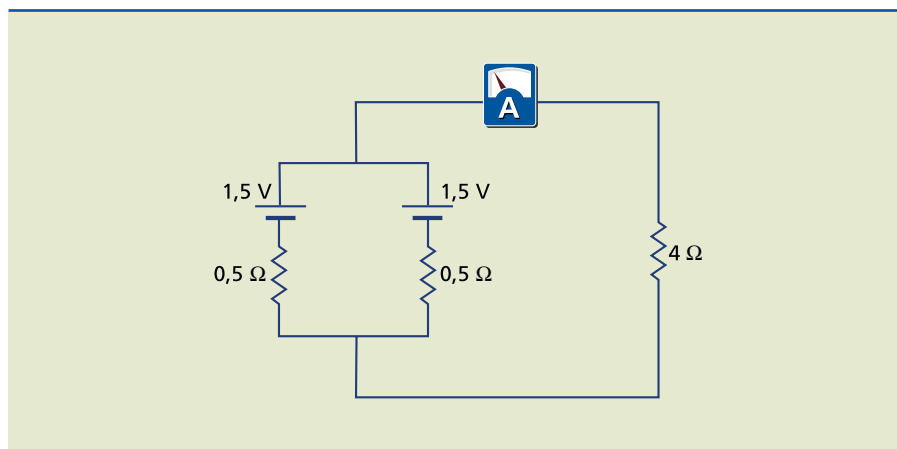
Em pilhas e baterias, no entanto, a associação em paralelo deve ser evitada, porque, mesmo com a carga R_L desconectada, pode haver corrente circulando entre os geradores se houver alguma diferença, mesmo que pequena, entre as tensões. Nesse caso, o de menor tensão nos terminais vai funcionar como receptor, o que promoverá dissipação de energia, causando rápida descarga da pilha ou bateria.

Exemplo

Determine a leitura do amperímetro ideal (figura 3.24).

Figura 3.24

Geradores em paralelo alimentando carga.

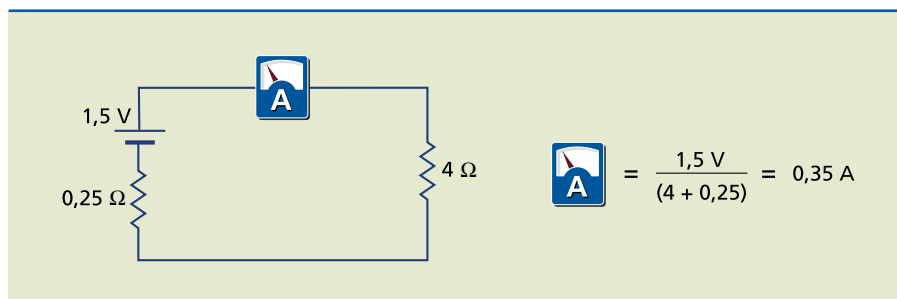


Solução:

Obtém-se inicialmente o gerador equivalente à associação em paralelo de dois geradores. O novo circuito é apresentado na figura 3.25.

Figura 3.25

Simplificação do circuito da figura 3.24.



Com base no circuito simplificado, obtém-se:

$$I = \frac{1,5}{4 + 0,25} = 0,353 \text{ A}$$

3.4.3 Associação de dois geradores em oposição

O polo positivo de um gerador é ligado ao positivo de outro, ou vice-versa (figura 3.26).

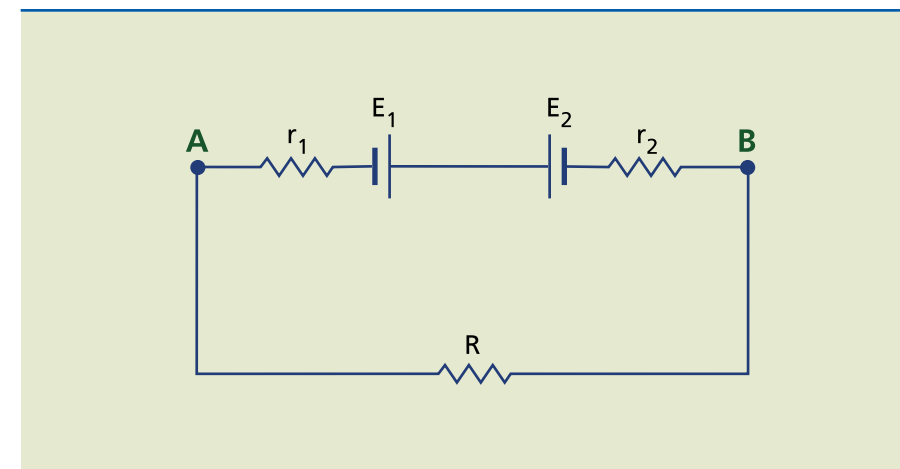


Figura 3.26

Associação de geradores em oposição.

Consideremos $E_1 > E_2$. Nesse caso, há prevalência de E_1 e a corrente percorre o circuito no sentido horário, porque a força eletromotriz resultante tem a mesma polaridade de E_1 (figura 3.27).

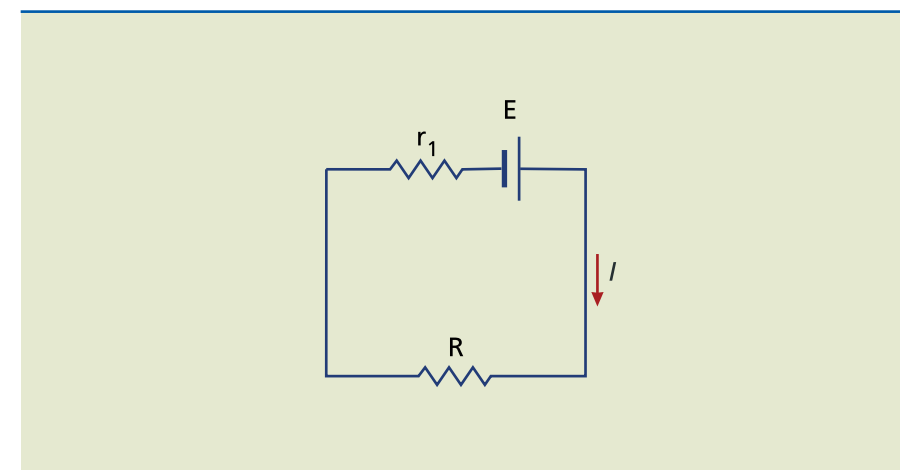


Figura 3.27

Simplificação do circuito da figura 3.26.

Tensão do gerador equivalente:

$$E = E_1 - E_2 \quad (3.31)$$

Resistência do gerador equivalente:

$$r = r_1 + r_2 \quad (3.32)$$

O gerador de menor força eletromotriz comporta-se como receptor, em virtude do sentido da corrente elétrica resultante.

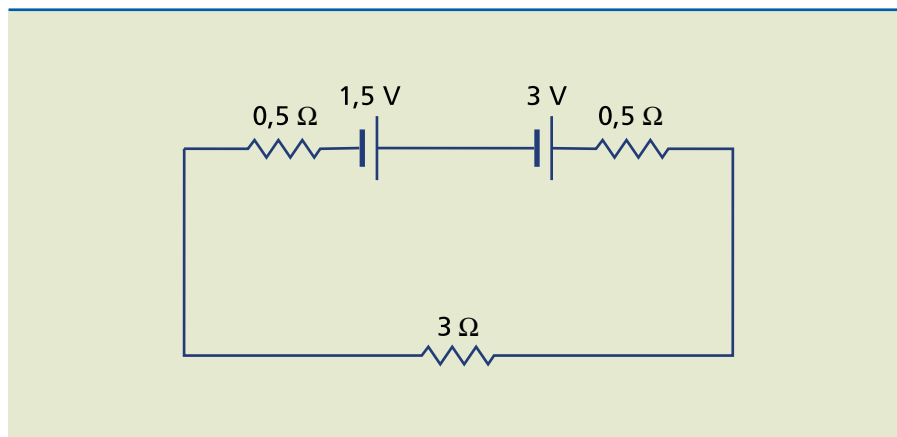


Exemplo

Determine a corrente elétrica no circuito da figura 3.28 e seu sentido.

Figura 3.28

Associação em série de geradores em oposição.

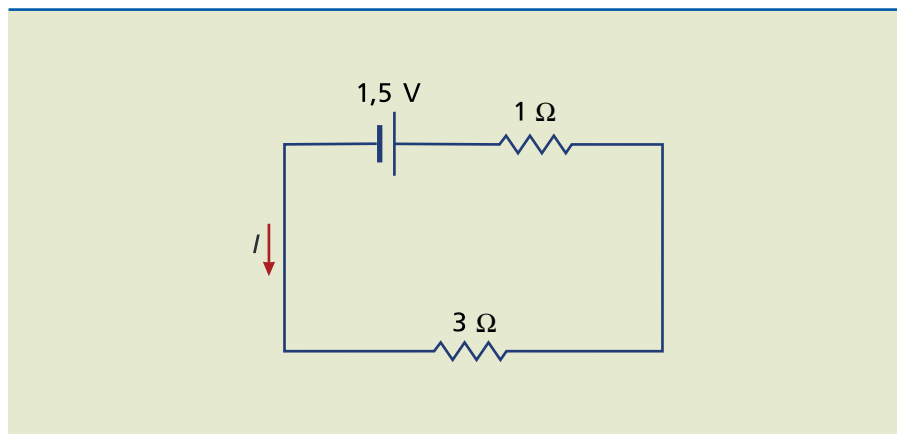


Solução:

Substituindo os dois geradores da figura 3.28 pelo respectivo gerador equivalente, obtém-se o circuito da figura 3.29.

Figura 3.29

Simplificação do circuito da figura 3.28.



Devido à predominância do gerador de força eletromotriz 3 V, a corrente terá sentido anti-horário, com intensidade:

$$I = \frac{1,5}{3 + 1} = 0,375 \text{ A}$$

3.4.4 Associação mista de geradores

Teoricamente, é possível realizar qualquer combinação na associação de geradores, mas poucas têm aplicação prática. A figura 3.30 mostra um exemplo em que se pretende obter tensão e corrente elevadas.

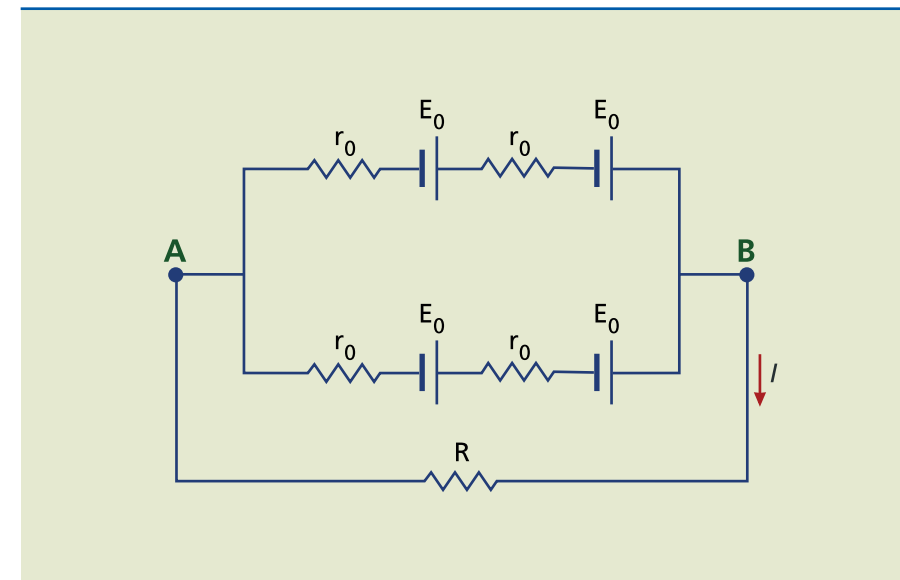


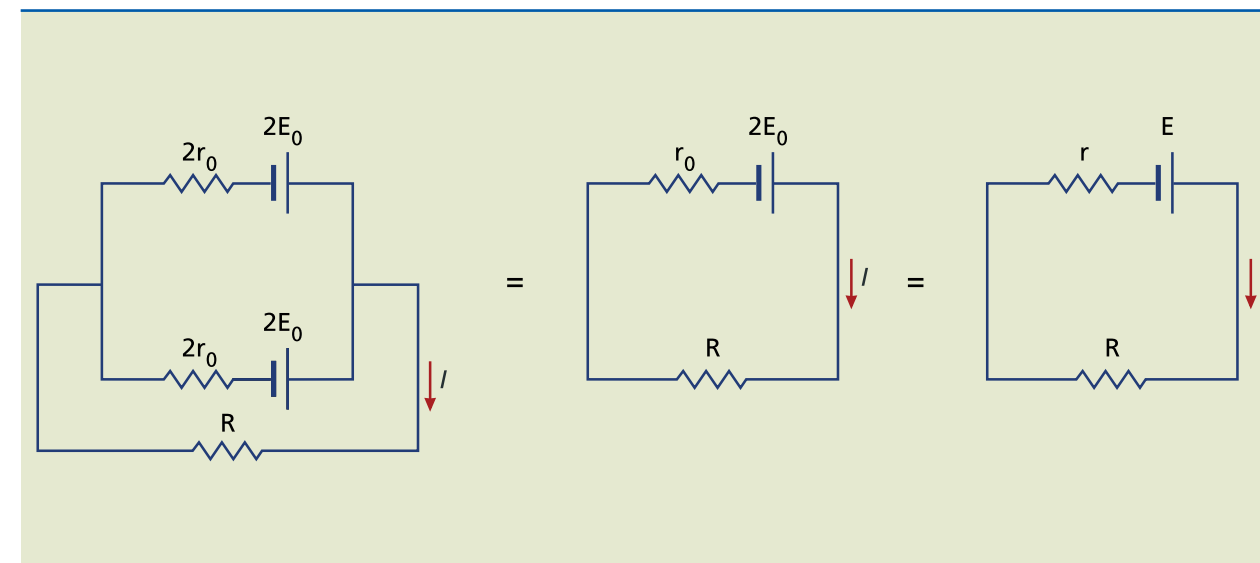
Figura 3.30

Associação em série-paralelo de geradores.

O circuito é simplificado conforme apresentado na figura 3.31.

Figura 3.31

Simplificações sucessivas do circuito da figura 3.30.



Tensão do gerador equivalente:

$$E = 2E_0 \quad (3.33)$$

Resistência interna do gerador equivalente:

$$R = r_0 \quad (3.34)$$

Exemplo

Determine a corrente I no circuito da figura 3.32.

