

# Capítulo I

## Princípios de eletricidade

---

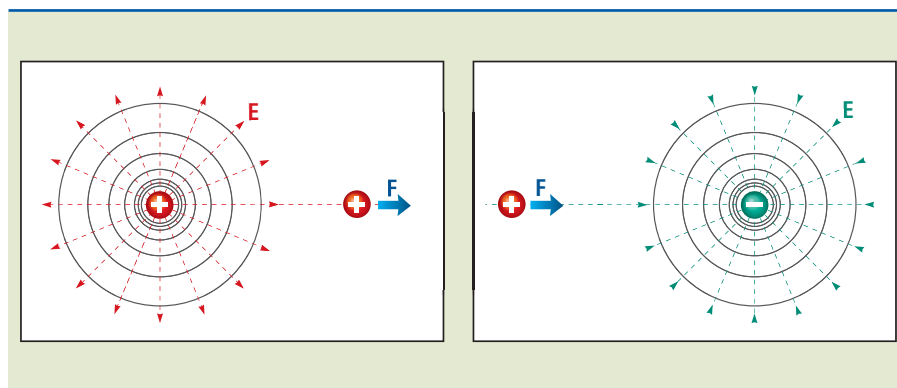
---

## 1.1 Grandezas elétricas fundamentais

Ao enunciar o conceito de **campo elétrico** ( $E$ ), o cientista inglês Michael Faraday (1791-1867) demonstrou que ao redor de uma carga elétrica existe um campo elétrico. O campo elétrico  $E$  é representado por um vetor, um segmento de reta orientado, que sai das cargas positivas e entra nas cargas negativas. Uma carga ( $q$ ) colocada nesse campo elétrico fica sujeita a uma **força elétrica** ( $F$ ). Se a carga for positiva, a força  $F$  tem a mesma direção do campo elétrico  $E$ . Se for negativa, a força tem direção contrária à do campo, de acordo com a fórmula expressa na equação 1.1 e representada na figura 1.1.

$$F = q \cdot E \quad (1.1)$$

**Figura 1.1**  
Campo elétrico e força sobre uma carga positiva.



Unidade que corresponde à força que faz um objeto de 1 kg ser acelerado a 1 m/s.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), a força  $F$  é medida em **newton** (N) e a carga  $q$  é medida em **coulomb** (C). Portanto, a unidade do campo elétrico  $E$  é dada em N/C.

Quantidade de carga que atravessa a seção transversal de um condutor durante 1 s, produzindo uma corrente elétrica de 1 A (ampere).

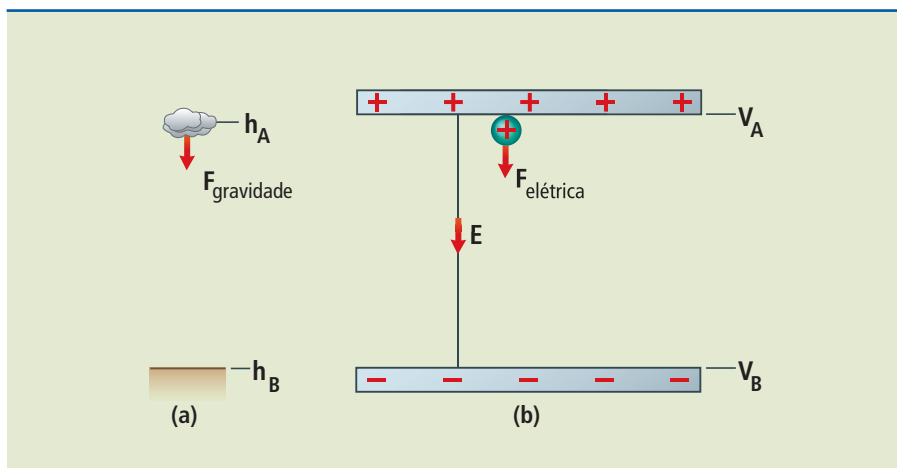
Também dizemos que  $1 \text{ C} = 6,28 \cdot 10^{18}$  elétrons/s.

### 1.1.1 O potencial elétrico e a tensão elétrica

Para o entendimento do significado de potencial elétrico, fazemos uma analogia com a força da gravidade e o campo gravitacional. Um corpo qualquer, ao ser abandonado no ar, é levado, pela força da gravidade, de um ponto mais alto ( $h_A$ ), de maior energia potencial, para um ponto mais baixo ( $h_B$ ), de menor energia potencial.

Do mesmo modo, uma carga elétrica positiva, ao ser abandonada em um campo elétrico, fica sujeita à ação de uma força elétrica que a leva de um ponto de potencial elétrico mais alto e positivo ( $V_A$ ) para um de potencial elétrico mais baixo e negativo ( $V_B$ ). Se a carga é negativa, o deslocamento se dá em sentido contrário. O exemplo dessa comparação é visto na figura 1.2.

Diz-se também que o deslocamento ocorre naturalmente porque o corpo possui energia potencial (de posição) maior na posição mais alta ( $h_A$ ). Assim, o corpo se desloca da posição  $h_A$ , de maior energia potencial ( $E_{pA}$ ), para a posição  $h_B$ , de menor energia potencial ( $E_{pB}$ ). Da mesma forma, a carga elétrica (positiva) se desloca da posição de maior potencial elétrico para a de menor potencial elétrico.

**Figura 1.2**

Analogia entre potencial gravitacional (a) e potencial elétrico (b).

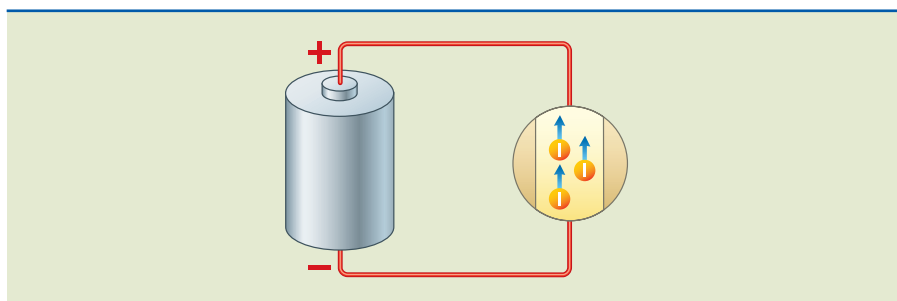
Nos dois casos (gravitacional e elétrico), é necessária uma diferença de potencial para haver o deslocamento natural (do corpo e da carga). Em relação à carga elétrica, temos uma **diferença de potencial (ddp)**, com maior potencial em A e menor em B. A ddp, também chamada tensão elétrica ( $U$ ), é a diferença entre os dois potenciais, como mostrado na equação 1.2.

$$U = V_{AB} = (V_A - V_B) \quad (1.2)$$

A unidade de medida da tensão elétrica ou ddp, no SI, é o volt (V).

### 1.1.2 A corrente elétrica

No ano de 1796, Alessandro Volta (1745-1827), professor e cientista italiano, construiu a primeira pilha (bateria) utilizando discos de cobre e zinco separados por um material que continha uma solução ácida. Com isso produziu o primeiro fluxo de cargas elétricas em laboratório. Considerando a pilha da figura 1.3, em cujos terminais foi ligado um fio condutor (cobre, alumínio, ouro, prata ou outros metais que possuem elétrons “livres”), seu polo positivo estabelece um campo elétrico capaz de atrair elétrons livres da extremidade do fio a que está ligado, ao mesmo tempo que o polo negativo gera um campo elétrico que repele elétrons na outra extremidade do fio.

**Figura 1.3**

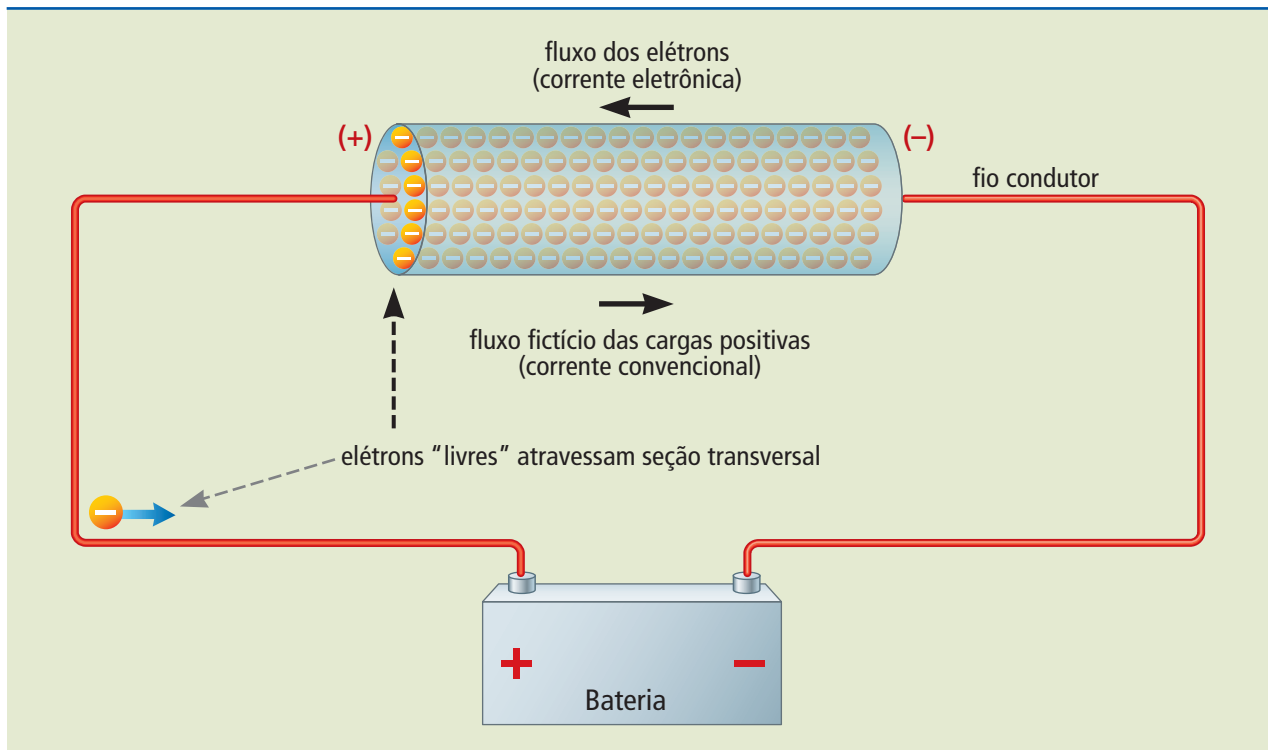
Elétrons movimentando-se no condutor ligado aos polos de uma pilha.

No interior do condutor, o campo elétrico força os elétrons a se movimentarem. Os elétrons se movimentam de átomo para átomo e, ao avançarem para o átomo

vizinho, repelem e substituem outro elétron. Os elétrons substituídos repetem o processo em outros átomos próximos, estabelecendo um fluxo por todo o condutor, na direção do polo positivo da pilha. A esse fluxo orientado de elétrons livres, sob a ação de um campo elétrico, dá-se o nome de corrente elétrica.

Quando o sentido da corrente elétrica é o do movimento dos elétrons, diz-se que a corrente é eletrônica ou real. Existe também uma convenção que adota o sentido da corrente como das cargas positivas, ou seja, o deslocamento das cargas. Nesse caso, acontece do potencial maior (+) para o potencial menor (-). A essa corrente é dado o nome de convencional, conforme ilustrado na figura 1.4.

**Figura 1.4**  
Sentido real (eletrônico) e convencional da corrente elétrica.



1 ampere representa o fluxo de 1 coulomb (C) de cargas elétricas através da seção transversal do material condutor, durante 1 segundo (s). Portanto,  $1 \text{ A} = 1 \text{ C}/1 \text{ s}$ .

A corrente elétrica  $I$  é definida como a quantidade de cargas  $Q$  (medida em coulombs) que atravessa uma seção do material (fio) durante certo tempo  $\Delta t$  (medido em segundos). A unidade de medida de corrente elétrica no SI é o **ampere (A)**. Podemos calcular a corrente pela equação 1.3.

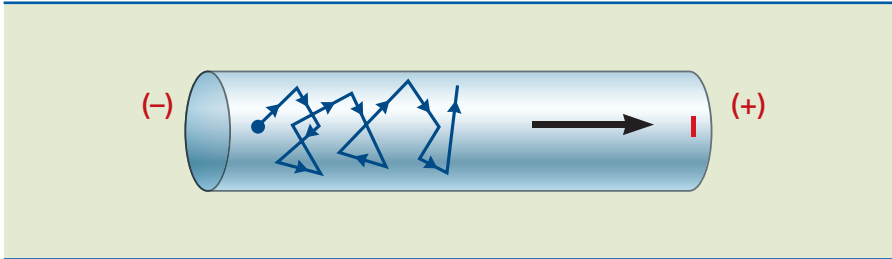
Se aplicarmos uma tensão elétrica (ddp) de 1V (volt) entre os terminais de um material (resistor ôhmico) e a corrente que o atravessar for de 1A (ampere), dizemos que o material possui resistência de 1 ohm ( $\Omega$ ).

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \quad (1.3)$$

### 1.1.3 Resistência elétrica

A grandeza resistência elétrica ( $R$ ) de um condutor é definida como a dificuldade ou oposição que o material impõe à passagem da corrente elétrica. Essa resistência é medida em **ohms ( $\Omega$ )**.

Sabe-se que o movimento dos elétrons é diferente no vácuo e no interior de um condutor. Quando é aplicada uma ddp aos terminais de um condutor, os elétrons aceleram em direção ao polo positivo, mas durante seu trajeto, e levando em conta a constituição do material quanto à organização atômica, “chocam-se com os átomos”, sofrendo desvios. Assim explica-se o aparecimento da resistência elétrica em um material condutor, como mostrado na figura 1.5.



**Figura 1.5**

Efeito da resistência na corrente de um elétron.

## 1.2 As leis de Ohm

### 1.2.1 Primeira lei de Ohm

Em 1827, Georg Simon Ohm (1789-1854), físico e matemático alemão, verificou por meio de experimentos que, se determinada tensão  $U$  fosse aplicada aos terminais de um condutor, obtinha-se uma corrente  $I$  e que um aumento da tensão  $U$  causava um aumento no valor da corrente  $I$ . Observou também que o quociente entre os pares de valores de tensão e de corrente resultavam em uma constante, a resistência do material ( $R$ ). Essa proporcionalidade é conhecida como 1ª lei de Ohm (equação 1.4) e também pode ser escrita na forma das equações 1.5, 1.6 e 1.7.

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_3}{I_3} = R \quad (\Omega) \quad (1.4)$$

$$R = \frac{U}{I} \quad (\Omega) \quad (1.5)$$

$$U = R \cdot I \quad (V) \quad (1.6)$$

$$I = \frac{U}{R} \quad (A) \quad (1.7)$$

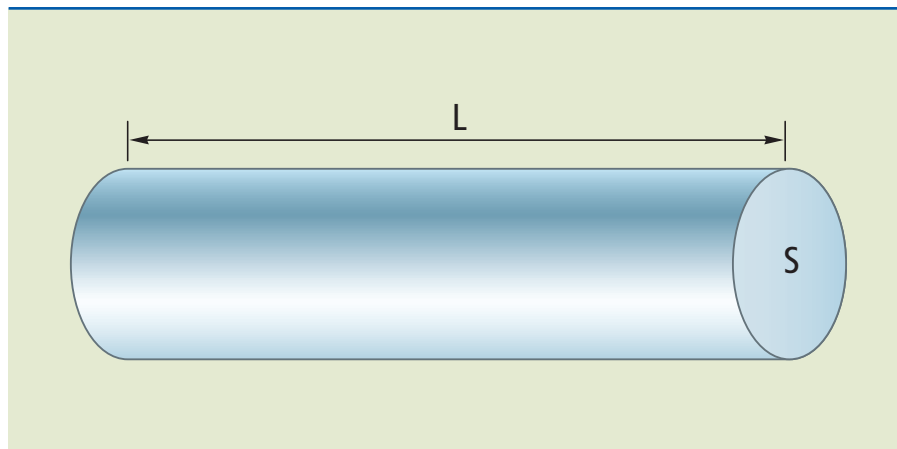
Os componentes que obedecem a essas equações são chamados **resistores ôhmicos**.

### 1.2.2 Segunda lei de Ohm

Ohm moldou fios de diferentes seções transversais  $S$  e diferentes comprimentos  $L$  e mediu os valores de suas resistências  $R$  (figura 1.6). Com esses parâmetros,

demonstrou que, em determinado fio condutor, mantendo-se a tensão e a temperatura constantes, a intensidade da corrente elétrica depende de seu comprimento e de sua seção transversal. Portanto, para fios de mesma espessura (seção transversal  $S$ ), o aumento do comprimento ( $L$ ) leva a um aumento proporcional na resistência ( $R$ ).

**Figura 1.6**  
Formato do fio para  
a 2ª lei de Ohm.



Para fios de mesmo comprimento ( $L$ ), a diminuição da seção transversal ( $S$ ) resulta no aumento na resistência ( $R$ ). Com isso, Ohm concluiu que a resistência também depende do material de que é feito o fio e definiu a equação (1.8) que ficou conhecida como 2ª lei de Ohm:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} \quad (\Omega) \quad (1.8)$$

em que:

$L$  = comprimento do fio (em m);

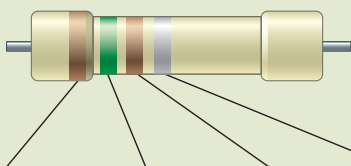
$S$  = seção transversal do fio (em  $m^2$ );

$\rho$  = resistividade do material (em  $\Omega \cdot m$ ).

### Código de cores de resistores

Os resistores são componentes fabricados com valores padronizados. O valor da resistência do resistor pode vir carimbado em sua superfície ou ser estampado em forma de anéis coloridos, cujo código de cores pode ser visto na tabela da figura 1.7. No exemplo dado, temos o valor dos dois primeiros dígitos: 15 (anéis marrom e verde). O terceiro anel (marrom) multiplica o valor por 10. O quarto anel (prata) indica que a tolerância (variação) no valor nominal do resistor é de 10%. Assim, ficamos com um valor de resistência de  $(150 \pm 15) \Omega$ . Esse resistor pode ser fabricado com um valor mínimo de  $135 \Omega$  até um máximo de  $165 \Omega$ .





COR	1º algarismo	2º algarismo	Multiplificador	Tolerância
PRETO		0	X1	
MARROM	1	1	X10	
VERMELHO	2	2	X10 <sup>2</sup>	
LARANJA	3	3	X10 <sup>3</sup>	
AMARELO	4	4	X10 <sup>4</sup>	
VERDE	5	5	X10 <sup>5</sup>	
AZUL	6	6		
VIOLETA	7	7		
CINZA	8	8		
BRANCO	9	9		
PRATA			X0,01	±10%
OURO			X0,1	±5%

**Figura 1.7**

Código de cores para resistores.

## 1.3 Associação de resistores

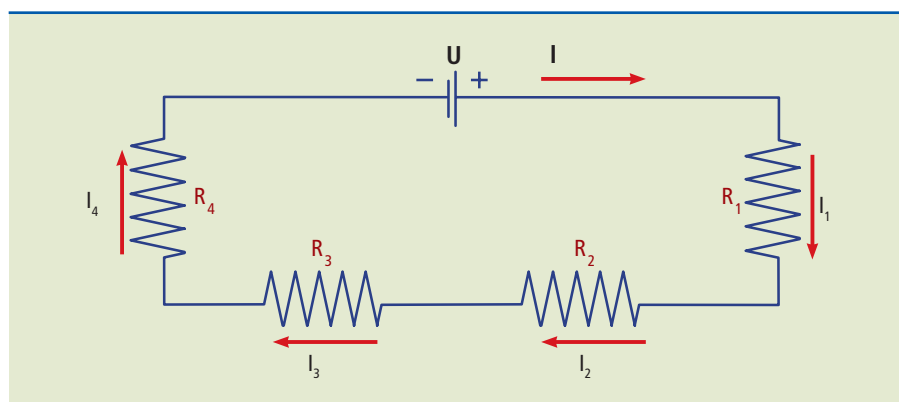
Sempre que não se encontra no mercado um resistor de valor desejado, é necessário realizar uma associação de resistores. Tal associação é muito comum e para efeito de cálculos pode ser simplificada pelo resistor equivalente ( $R_{eq}$ ), que representa a resistência total dos resistores associados. Outra situação que pode ocorrer é dispor de um equipamento com diversos resistores e ter de calcular sua resistência equivalente para avaliar a corrente consumida pela associação.

Os resistores podem ser associados em série, em paralelo e no modo misto, que contempla os dois casos.

### 1.3.1 Associação em série

Em uma associação em série, a corrente elétrica que percorre um resistor é a mesma em todo o circuito, conforme mostrado na figura 1.8, isto é:

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = I_4 \quad (1.9)$$

**Figura 1.8**

Circuito elétrico contendo resistores associados em série.

Aplicando-se a lei de Ohm, que estabelece que  $U = R \cdot I$ , a tensão do gerador da figura 1.8 pode ser escrita assim:

$$U = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4$$

Como  $U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$  e considerando a equação 1.9, temos como resultado:

$$U = R_1 I + R_2 I + R_3 I + R_4 I$$

Colocando-se  $I$  em evidência, chega-se a:

$$U = I (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

Se  $U/I = R_{eq}$ , podemos concluir:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (1.10)$$

Da associação em série chegamos às seguintes conclusões:

---

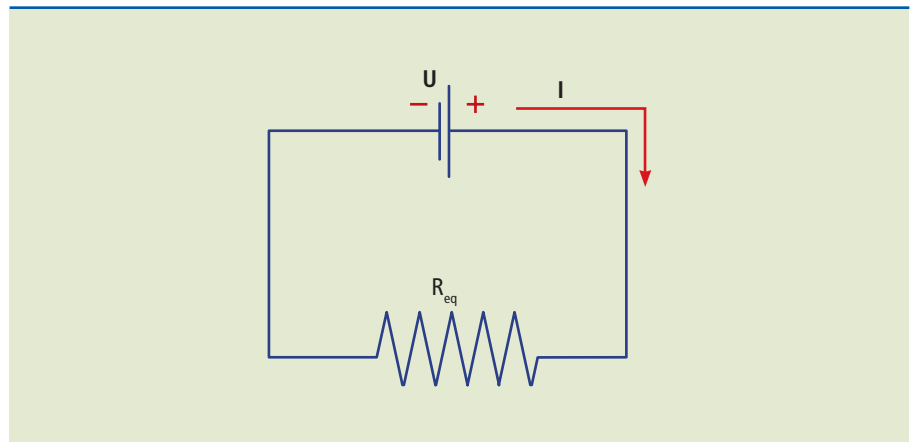
**IMPORTANTE**  
O circuito com associação em série recebe o nome de divisor de tensão.

---

- a corrente elétrica é a mesma em todos os resistores;
- a tensão elétrica se divide entre todos os resistores proporcionalmente aos seus valores;
- o resistor equivalente à associação é a soma algébrica de todos os resistores envolvidos na associação (equação 1.10).

**Conclusão:** A resistência equivalente em uma associação em série é a soma das resistências individuais (figura 1.9).

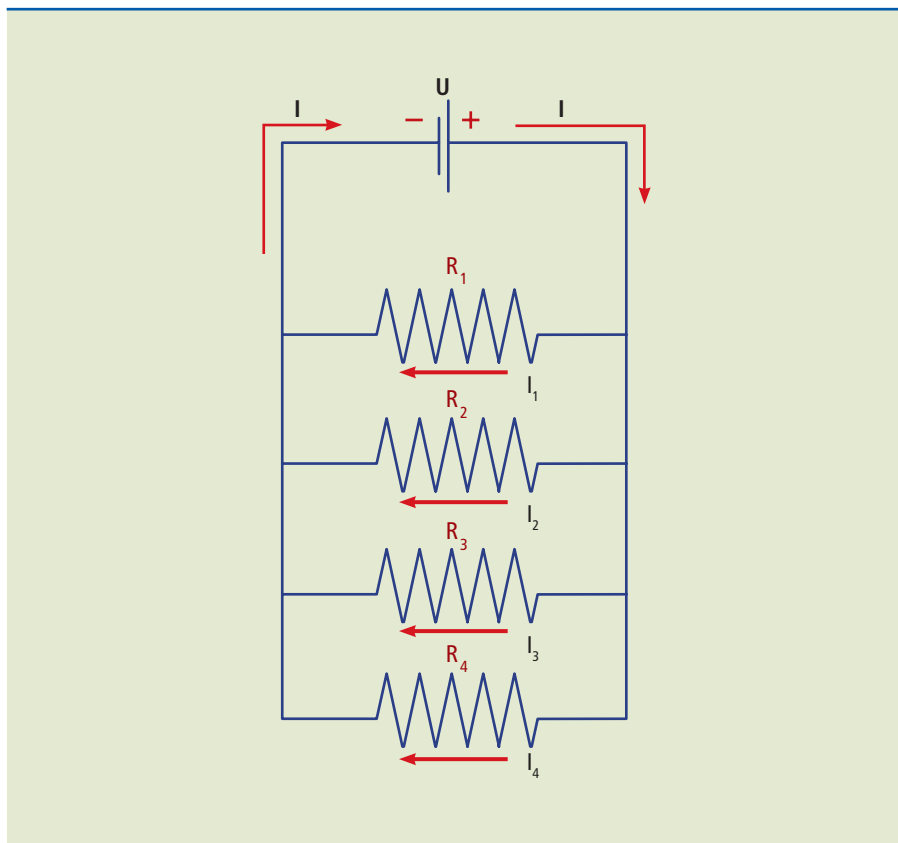
**Figura 1.9**  
Resistência equivalente.



### 1.3.2 Associação em paralelo

Em uma associação em paralelo, a tensão em todos os resistores é a mesma (figura 1.10). A soma das correntes que atravessam os resistores é igual à corrente total do circuito e é a mesma que atravessa o resistor equivalente. No caso dos resistores em paralelo, somam-se as correntes, enquanto nos circuitos com resistências em série as tensões é que são somadas.



**Figura 1.10**

Circuito elétrico contendo resistores associados em paralelo.

A resistência equivalente de uma associação em paralelo sempre será menor que a do resistor de menor valor da associação.

Como todas as resistências estão submetidas à mesma tensão (figura 1.10), temos  $U = U_1 = U_2 = U_3 = U_4$ . A corrente total é igual à soma das correntes individuais, ou seja,  $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$ . Podemos calcular a corrente nas resistências por:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}; I_2 = \frac{U_2}{R_2}; I_3 = \frac{U_3}{R_3}; I_4 = \frac{U_4}{R_4}$$

sucessivamente. Chega-se, então, à equação 1.11:

$$I = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \frac{U}{R_4} \quad (1.11)$$

Como todas as tensões são iguais, podemos eliminá-las de todos os termos da equação, resultando na equação 1.12.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \quad (1.12)$$

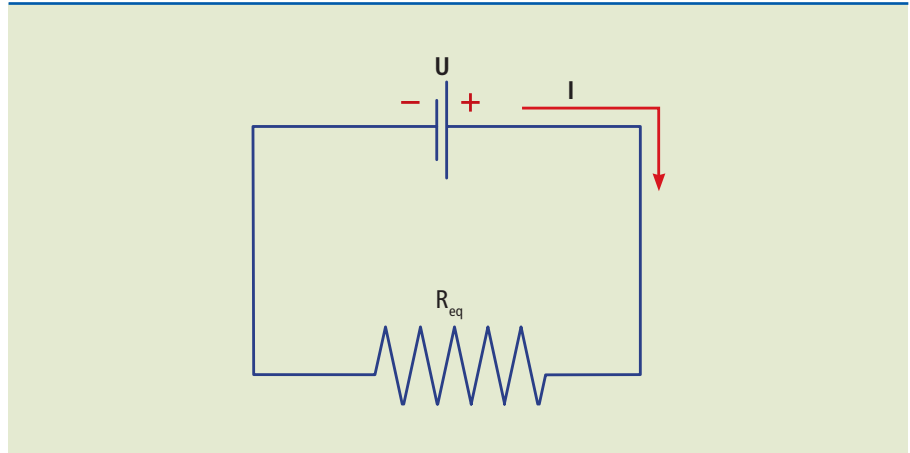
**DICA**

O circuito com a associação de resistores em paralelo recebe o nome de divisor de corrente.

**Conclusão:** O circuito equivalente, tanto para resistências em série como para resistências em paralelo, é representado da mesma forma (figura 1.11).

**Figura 1.11**

Resistência equivalente.



### Casos particulares na associação em paralelo

1. Quando se trabalha com apenas dois resistores em paralelo, podemos utilizar a equação:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

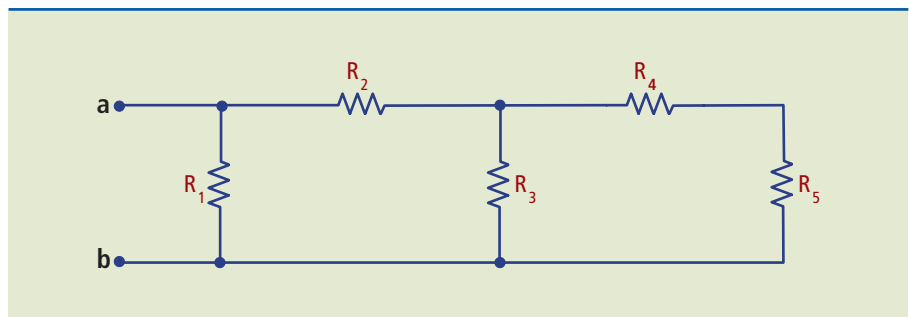
2. Se todos os  $n$  resistores forem iguais e com valor  $R$ , podemos considerar  $R_{eq} = R/n$ . Assim, se  $n = 2$ ,  $R_{eq} = R/2$ .

### 1.3.3 Associação mista

A associação mista significa que o circuito elétrico contém resistores associados em série e em paralelo. Para tanto, será considerado o circuito mostrado na figura 1.12 como exemplo de procedimento para determinar a resistência equivalente de uma associação mista. A resolução será feita por etapas.

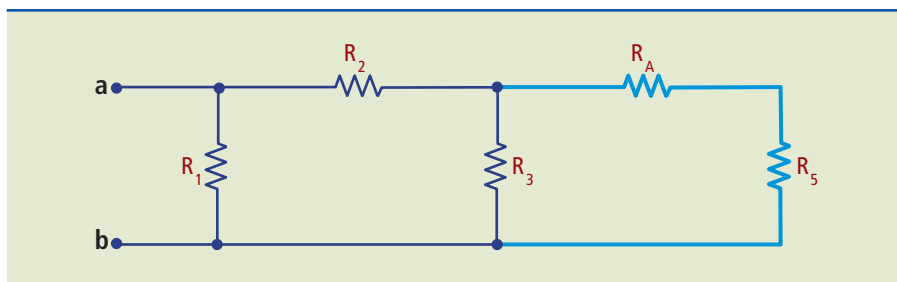
**Figura 1.12**

Circuito misto de resistores.



### Etapa 1

Associar todos os resistores que estejam em série. No caso da figura 1.12, temos  $R_4$  e  $R_5$ , que associados resultam em  $R_A = R_4 + R_5$ , mostrado na figura 1.13.



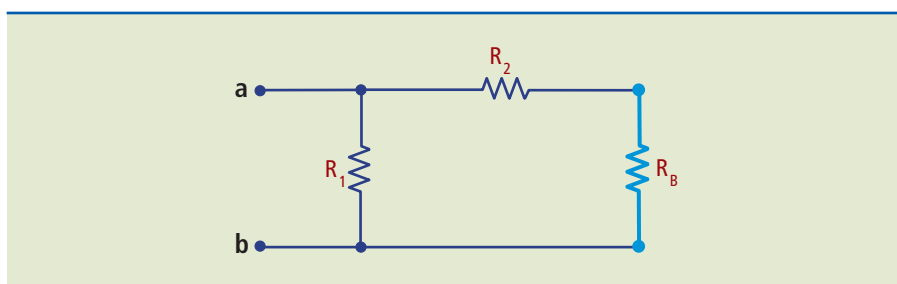
**Figura 1.13**

Resultado da etapa 1.

### Etapa 2

Agora, temos  $R_3$  em paralelo com  $R_A$ , que resulta no resistor equivalente

$$R_B = \frac{R_3 R_A}{R_3 + R_A}, \text{ mostrado na figura 1.14.}$$

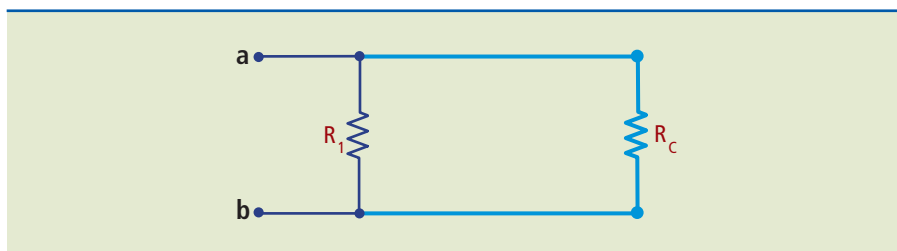


**Figura 1.14**

Resultado da etapa 2.

### Etapa 3

Novamente, temos uma associação em série entre  $R_2$  e  $R_B$ , que será chamada  $R_C = R_2 + R_B$ , mostrada na figura 1.15.



**Figura 1.15**

Resultado da etapa 3.

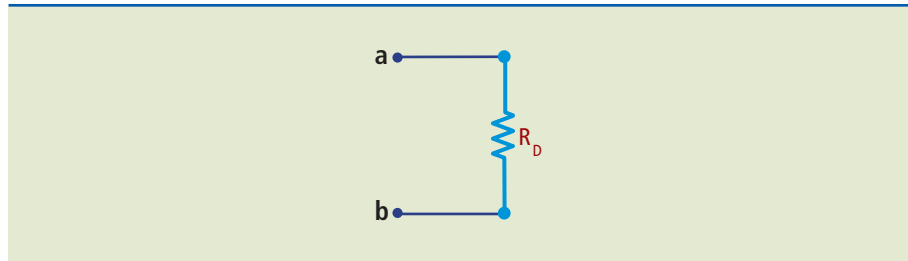
### Etapa 4

Agora, temos uma associação em paralelo entre  $R_1$  e  $R_C$ , que será chamada:

$$R_D = \frac{R_1 R_C}{R_1 + R_C}$$

Aqui,  $R_D$  já é a resistência equivalente  $R_{eq}$  entre os pontos **a** e **b** (figura 1.16).

**Figura 1.16**  
Resistência equivalente.

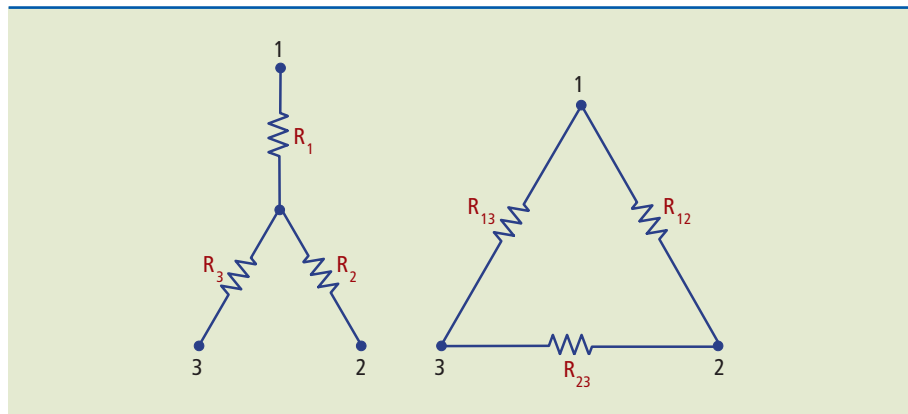


Conhecendo o valor da resistência equivalente ( $R_{eq}$ ) e o valor da tensão ( $U$ ), podemos aplicar a lei de Ohm para determinar o valor da corrente total ( $I$ ) do circuito.

### 1.3.4 Transformação de resistências estrela-triângulo

Na prática podem existir situações em que haja associações de resistências que não se enquadram nos casos estudados até agora, ou seja, as associações em série, paralelo e mista. Em tal situação, será necessário utilizar a técnica da transformação estrela-triângulo, ou vice-versa, para a solução do problema, conforme mostra a figura 1.17.

**Figura 1.17**  
Circuitos em estrela e triângulo.



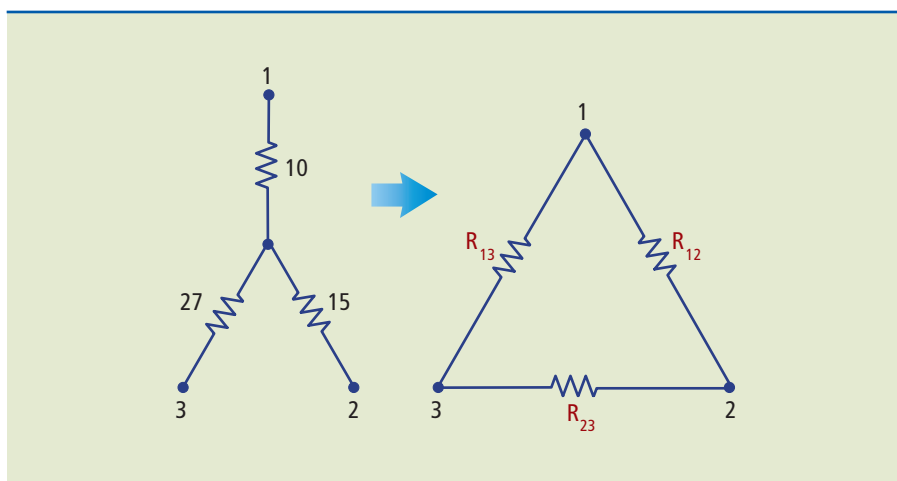
Para a transformação de estrela para triângulo e de triângulo para estrela, devem-se aplicar as equações da tabela 1.1.

**Tabela 1.1**  
Equações para transformação  $Y-\Delta$  e  $\Delta-Y$ .

Transformações de resistências $Y-\Delta$ e $\Delta-Y$	
Estrela para triângulo ( $Y-\Delta$ )	Triângulo para estrela ( $\Delta-Y$ )
$R_{12} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$	$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$
$R_{13} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$	$R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$
$R_{23} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$	$R_3 = \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$

## Exemplos

1. Transformar o circuito abaixo (figura 1.18) de estrela para triângulo.



**Figura 1.18**

Transformação da ligação estrela para triângulo.

*Solução:*

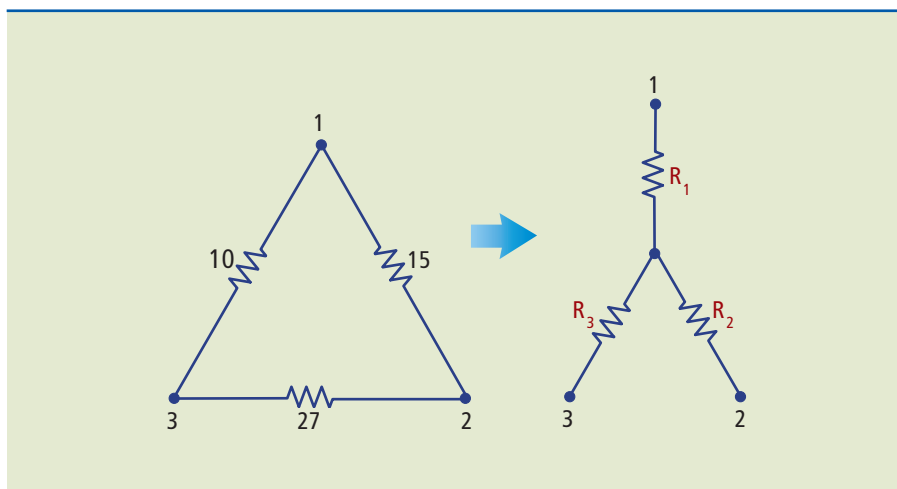
Aplicando as fórmulas da transformação estrela-triângulo, obtemos:

$$R_{12} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{27} = 30,56 \, \Omega$$

$$R_{13} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{15} = 55 \, \Omega$$

$$R_{23} = \frac{10 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 15 \cdot 27}{10} = 82,5 \, \Omega$$

2. Transformar o circuito abaixo (figura 1.19) de triângulo para estrela.



**Figura 1.19**

Transformação da ligação triângulo para estrela.

Solução:

Aplicando as fórmulas da transformação triângulo para estrela, obtemos:

$$R_1 = \frac{15 \cdot 10}{15 + 10 + 27} = 2,88 \Omega$$

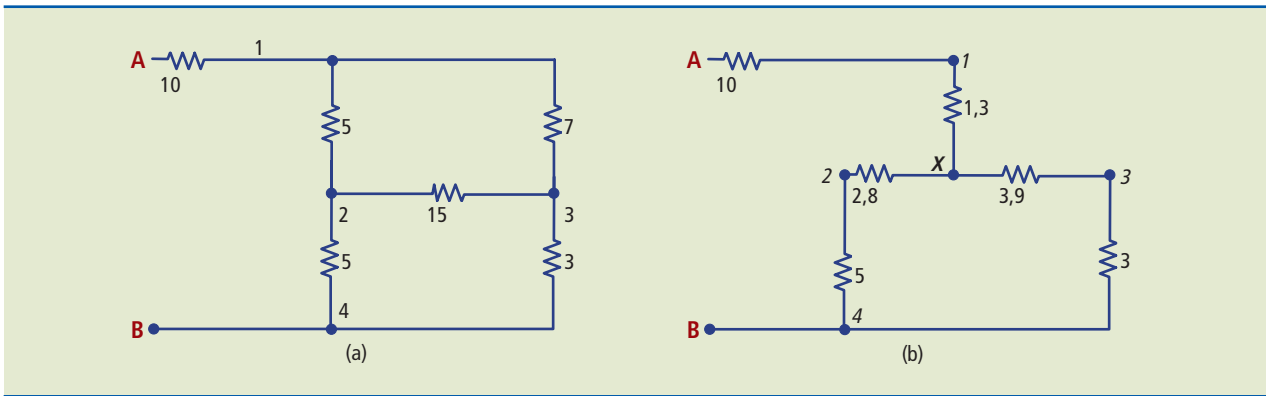
$$R_2 = \frac{15 \cdot 27}{15 + 10 + 27} = 7,79 \Omega$$

$$R_3 = \frac{10 \cdot 27}{15 + 10 + 27} = 5,19 \Omega$$

**Figura 1.20**

Processo de simplificação de circuito:  
 a) circuito original;  
 b) transformando o triângulo de nós 1, 2, 3 em estrela.

3. Determinar a resistência equivalente entre os pontos A e B do circuito da figura 1.20a.



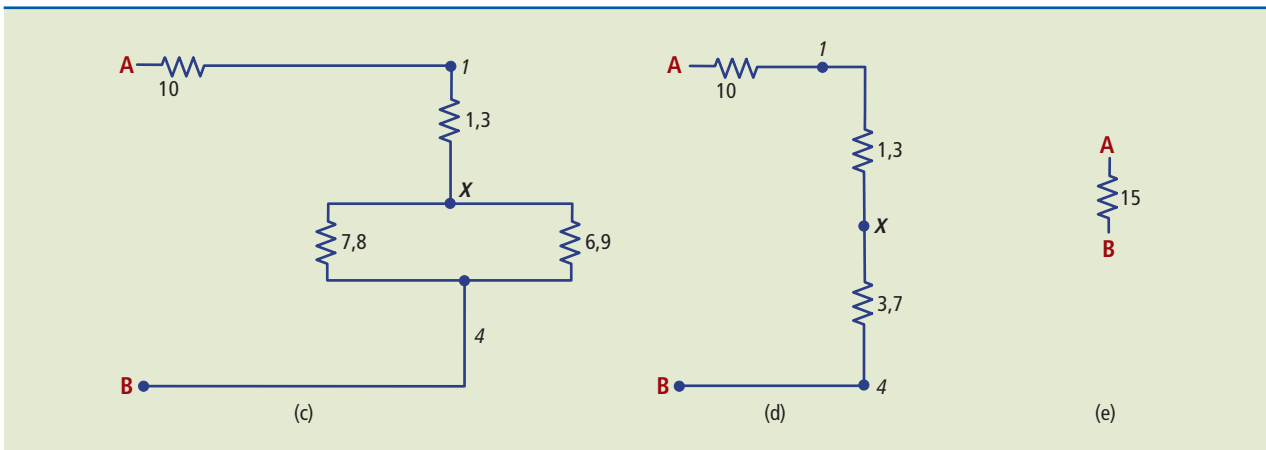
Solução:

**Etapa 1:** Transformando de triângulo para estrela os resistores entre os nós 1, 2 e 3 da figura 1.20a, obtemos o circuito da figura 1.20b.

**Etapa 2:** Associam-se em série os resistores do ramo que contém os nós X, 2 e 4, e o ramo dos nós X, 3 e 4, da figura 1.20b, obtendo a figura 1.20c.

**Figura 1.20**

Processo de simplificação do circuito.



**Etapa 3:** Associam-se em paralelo os resistores de 7,8 e 6,9  $\Omega$  da figura 1.20c, obtendo a figura 1.20d.

**Etapa 4:** Finalmente, associam-se em série os resistores da figura 1.20d resultando na figura 1.20e.

## 1.4 Energia e potência elétricas

Embora energia seja um conceito primitivo, da mesma forma que matéria, costuma-se defini-la como a capacidade de realizar trabalho. Ambas as grandezas, trabalho ( $\tau$ ) e energia ( $E$ ), têm a mesma unidade, que no SI é o joule (J). Para a realização de um trabalho é preciso que haja a transformação da energia de uma forma em outra. Por exemplo: em um motor ocorre a transformação da energia elétrica em mecânica; em uma bateria, a energia química é convertida em elétrica; em uma lâmpada se dá a transformação de energia elétrica em luminosa.

A potência ( $P$ ) é definida como a quantidade de trabalho realizado  $\tau$ , ou energia convertida  $\Delta E$ , por unidade de tempo. A potência pode, então, ser calculada dividindo-se a quantidade de trabalho realizado  $\tau$ , ou a variação da energia  $\Delta E$ , pelo intervalo de tempo considerado  $\Delta t$ , conforme a equação 1.13:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \text{ s} \quad (1.13)$$

A unidade empregada no SI para potência é o watt (W), e, como vimos, para energia (ou trabalho) é o joule (J). Pela equação 1.13 acima, temos:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

Em termos de energia mecânica, 1 J corresponde ao trabalho realizado por uma força constante de 1 N aplicada sobre um ponto, para deslocá-lo no espaço de 1 m na direção da força. A potência de 1 W é fornecida a um corpo por uma força de 1 N, que o desloca com uma velocidade de 1 m/s.

Em termos de energia elétrica, obtém-se  $P$  pela equação 1.14:  $P = UI$  (1.14)

Assim, fornecer 1 W a uma carga corresponde a aplicar uma tensão de 1 V, com uma corrente de 1 A. Se essa carga ficar ligada por 1 s, receberá uma energia:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 1 \text{ W} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ J}$$

Com base na equação 1.14 acima e na 1ª lei de Ohm (equação 1.6), obtemos mais duas relações úteis como as equações 1.15 e 1.16 dadas a seguir:

$$P = UI = (RI)I = RI^2 \quad (1.15)$$

$$P = UI = U \left( \frac{U}{R} \right) = \frac{U^2}{R} \quad (1.16)$$



Outras unidades de potência, empregadas para representar o que se chama de potência mecânica, as potências de motores, são o HP (*horsepower*) e o cv (cavalo-vapor).

Conversão de unidades	
1 HP	745,7 W
1 cv	735,5 W

As outras unidades de energia (trabalho) usadas na prática são:

- caloria: cal, utilizada em processos térmicos;
- quilowatt-hora: kWh, usada para a medida de consumo de energia elétrica.

Conversão de unidades	
1 cal	4,18 J
1 kWh	$3,6 \times 10^6$ J

### Exemplo

Calcular a quantidade de energia consumida em um banho de 20 minutos usando um chuveiro de potência 7 500 W. Apresentar o resultado em J e em kWh.

*Solução:*

Sabendo que 20 minutos =  $20 \cdot 60$  s = 1 200 s, da equação 1.13 obtemos:

$$\Delta E = P\Delta t = 7\,500 \text{ W} \cdot 1\,200 \text{ s} = 9\,000\,000 \text{ J} = 9 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Calculando em kWh:

Primeiro transforma-se a potência em kW:  $P = 7\,500 \text{ W} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ kW}$   
Sabendo que  $\Delta t = 20 \text{ min} = 1/3 \text{ h}$ , obtemos:  $\Delta E = 7,5 \cdot 1/3 = 2,5 \text{ kWh}$

Observa-se que o valor numérico em J é muito maior que seu correspondente em kWh. Portanto, torna-se mais prático para as concessionárias de energia elétrica trabalhar com o kWh.

### 1.4.1 Potência em resistores comerciais

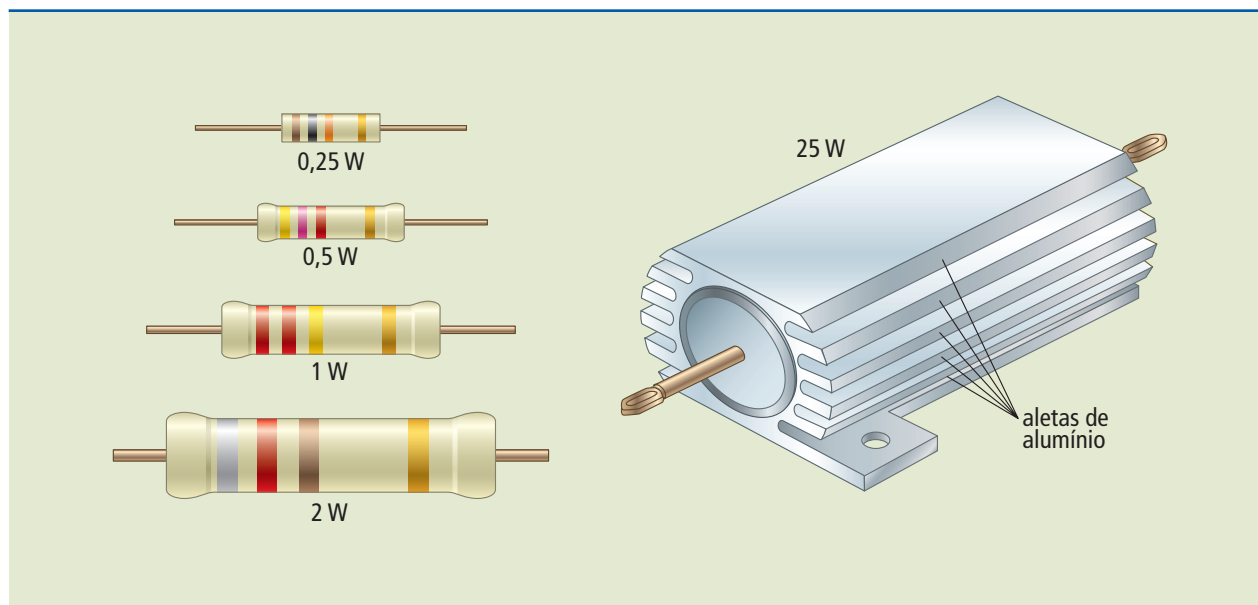
Muitos dispositivos, como é o caso dos resistores, dissipam, em parte ou totalmente, a potência consumida na forma de energia térmica. Em um chuveiro, o calor é trocado com a água. Nos componentes eletrônicos, a troca se dá em



geral com o ar. Assim, quanto maior a potência dissipada, maior a área externa do componente, sendo necessário, por vezes, o uso de dissipadores de calor. A figura 1.21 mostra o encapsulamento de resistores empregados em circuitos eletroeletrônicos.

**Figura 1.21**

Tamanho do resistor, potência elétrica e dissipador de calor.



### O efeito Joule

Ao falar de resistência elétrica (seção 1.1.3), foi comentado que, com a passagem da corrente elétrica, os elétrons, em seu trajeto, “chocam-se com os átomos” da estrutura do condutor. Isso aumenta a agitação dos átomos e, conseqüentemente, a temperatura do condutor/resistor. Assim, o resistor tem como principal característica transformar toda a energia elétrica recebida em energia térmica (calor).

Ao falar de potência (seção 1.4.1 – figura 1.21), também foi visto que, quanto maior a potência dissipada, maior deve ser o tamanho do resistor/dispositivo, para evitar danos a ele por temperatura excessiva. A esse fenômeno, do aquecimento do dispositivo pela passagem da corrente elétrica, é dado o nome de efeito Joule.

## 1.4.2 Convenção de sinais

Neste ponto é necessário lembrar-se de uma importante convenção. Em um bipolo gerador de energia elétrica a corrente elétrica (convencional) sai do polo positivo (potencial maior), enquanto em um bipolo receptor de energia elétrica a corrente entra pelo polo positivo. Adota-se também que a energia/potência fornecida pelo bipolo gerador é a mesma recebida/dissipada pelo bipolo receptor.

### 1.4.3 Rendimento energético

Nenhum processo de conversão de energia (energia elétrica em energia luminosa, por exemplo) tem 100% de eficiência. Isto é, nem toda a energia que chega a um dispositivo ou sistema é transformada na energia desejada. A eficiência ou rendimento energético ( $\eta$ ) de um sistema é expresso em porcentagem e é dado pela equação 1.17:

$$\eta = \frac{E_{\text{saida}}}{E_{\text{entrada}}} \cdot 100 \quad (1.17)$$

É importante lembrar que dispositivos como um motor, por exemplo, dissipam apenas parte da potência consumida sob a forma de calor. Diz-se que o rendimento ( $\eta$ ) de um motor é a porcentagem da energia elétrica consumida (equação 1.18) e, portanto, da potência transformada em energia mecânica.

$$\eta = \frac{P_{\text{saida}}}{P_{\text{entrada}}} \cdot 100 = \frac{P_{\text{mec.}}}{P_{\text{el.Ét.}}} \cdot 100 \quad (1.18)$$

#### Exemplo

Um motor elétrico é percorrido por uma corrente de 5 A quando ligado em 220 V. Sabendo que o rendimento ( $\eta$ ) do motor é 85%, calcular:

- a) a potência elétrica do motor ( $P_E$ );
- b) a potência mecânica ( $P_M$ ) obtida no eixo do motor (em cv);
- c) a energia consumida (em kWh) em 3 horas de funcionamento.

*Solução:*

- a) Da equação 1.16 calculamos a potência elétrica do motor:

$$P_E = UI = 220 \text{ V} \cdot 5 \text{ A} = 1100 \text{ W} = 1,1 \text{ kW}$$

- b) Da equação 1.18 calculamos a potência mecânica do motor:

$$P_M = \eta P_E = 0,85 \cdot 1100 = 935 \text{ W}$$

Se  $1 \text{ cv} = 735,5 \text{ W}$  e  $P_M = 935 \text{ W}$ , então:  $P_M = 935/735,5 = 1,27 \text{ cv}$

- c)  $E_c = P_E \cdot \Delta t = 1,1 \text{ kW} \cdot 3 \text{ h} = 3,3 \text{ kWh}$

### 1.5 Corrente contínua versus corrente alternada

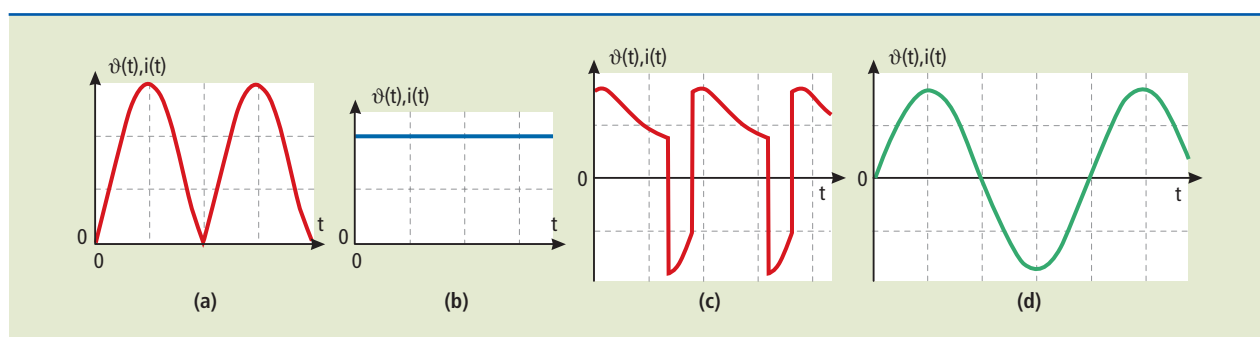
A maior parte da energia elétrica é gerada e transmitida em tensão e corrente alternadas. A maioria das cargas residenciais e industriais utiliza diretamente a tensão alternada, como, por exemplo, motores CA, estufas, lâmpadas de diver-

tos tipos, máquinas de solda a arco e fornos a arco. Outras cargas necessitam de tensões contínuas, como cubas eletrolíticas para o refino do alumínio, sistemas de galvanoplastia, sistemas de solda a arco em CC e motores CC (trens, elevadores, equipamentos industriais).

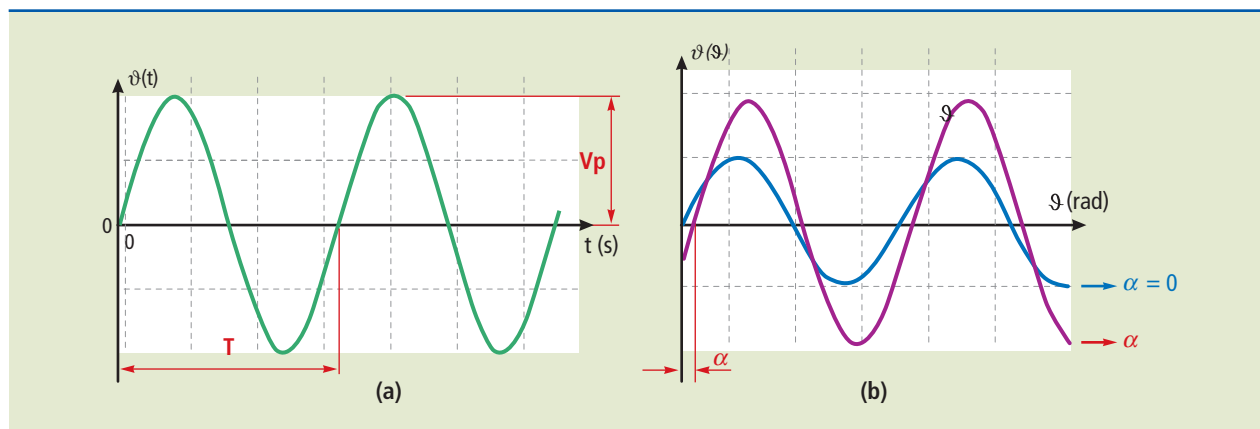
Uma tensão (ou corrente) contínua, como mostrado nos itens **a** e **b** da figura 1.22, não altera sua polaridade ao longo do tempo, ao contrário da tensão (ou corrente) alternada, mostrada nos itens **c** e **d**, na qual essa alteração ocorre. As formas de onda mostradas em **a** e **b** são contínuas, e a tensão da figura 1.22b é de grande interesse prático, por ser constante. Ela é obtida quando se faz uso, por exemplo, de pilhas, baterias, retificadores, fontes reguladas e geradores CC. A tensão mostrada no item **d** da figura 1.22, que tem formato senoidal, é a gerada e distribuída aos consumidores residenciais, comerciais e industriais.

**Figura 1.22**

Formas de onda de tensões e correntes:  
a) contínua;  
b) contínua constante;  
c) alternada;  
d) alternada senoidal.



A tensão e a corrente alternadas e seus parâmetros são mostrados na figura 1.23.



A tensão alternada senoidal da figura 1.23 é definida matematicamente pela equação (1.19):

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.19)$$

em que:

$V_p$  é a amplitude, ou valor de pico, ou valor máximo da senoide;

**Figura 1.23**

Tensão alternada senoidal e parâmetros característicos:  
a) tensão em função do tempo  $t$ ;  
b) tensão em função do ângulo  $\theta$ .

$\omega = 2 \pi f$  é a velocidade angular em rad/s;

$f = 1/T$  é a frequência do sinal em hertz (Hz), ou ciclos por segundo;

$T$  é o período da tensão em segundos (s), ou seja, a cada período  $T$  a forma de onda se repete (ver figura 1.22d);

$\alpha$  é o ângulo de fase em radianos (rad); indica o deslocamento horizontal da forma de onda.

Um problema prático: qual é a potência consumida por uma resistência de chuveiro de valor  $R$ , conectada a uma fonte com tensão alternada definida pela equação acima (figura 1.22d)?

*Solução:* Se a tensão  $v(t)$  fosse constante e de valor  $V_p$ , a potência consumida pelo chuveiro seria de  $P = V_p^2/R$ . Como nesse caso a tensão é alternada senoidal e, portanto,  $v(t)$  é, no máximo, igual a  $V_p$ , fica evidente que a potência consumida será bem menor. Consegue-se provar e demonstrar experimentalmente que, para tensão senoidal, a potência realmente consumida é definida por:

$$P = \frac{(V_p/\sqrt{2})^2}{R}$$

É como se aplicássemos uma tensão contínua de valor  $V_p/\sqrt{2}$  à resistência. Esse valor, que, colocado na fórmula, fornece a potência consumida real, é chamado **valor eficaz**.

Ao dizermos que a tomada da sala tem tensão de 110 V, estamos afirmando que seu valor eficaz é de 110 V, e seu valor de pico é de  $110\sqrt{2} = 155,6$  V.

No dia a dia, praticamente só usamos o valor eficaz. É o valor que se obtém nos instrumentos de medição e que utilizamos para o cálculo da potência consumida. Resumindo, para tensões alternadas senoidais, o valor eficaz é calculado por:

$$V_{\text{ef}} = V_p/\sqrt{2}$$

**Observação:** Tudo o que foi discutido e demonstrado até aqui é válido também para correntes alternadas.

### 1.5.1 O fasor – uma ferramenta útil

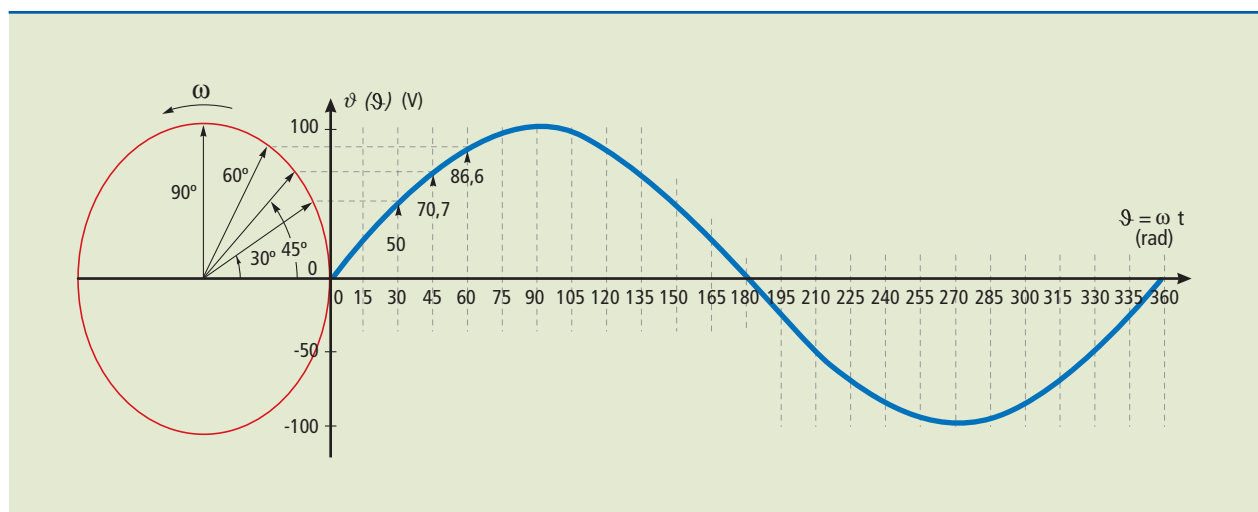
Lidar com equações trigonométricas como a equação senoidal é razoavelmente trabalhoso. Em eletricidade, costuma-se associar a equação senoidal a um número complexo, conforme indicado na figura 1.24.

O fasor, assim como o vetor, é um segmento de reta orientado. Porém, diferentemente do vetor, é um segmento de reta orientado que gira com a mesma velocidade angular que define sua senoide de origem.

O fasor é representado por um número complexo na forma polar. O comprimento da seta que o simboliza em um diagrama indica o módulo da tensão (ou corrente) alternada, ou seja, seu valor eficaz. O ângulo que a seta faz com o eixo horizontal corresponde ao ângulo de fase.

**Figura 1.24**

Tensão alternada senoidal e seu fasor correspondente.



Geralmente o fasor de referência é horizontal e corresponde a  $0^\circ$ . Adota-se o sentido anti-horário, a partir do fasor de referência, para a marcação de ângulos positivos.

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \dot{V} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \angle \alpha \quad (1.20)$$

O que é mostrado na equação (1.20) não é uma igualdade. A expressão dada à esquerda é a forma de onda senoidal real, que pode ser vista com o uso do osciloscópio. A da direita é o fasor  $\dot{V}$ , **número complexo** associado a  $v(t)$ . É uma notação mais compacta que facilita os cálculos de correntes e tensões.

Para evitar confusão com o símbolo usado para corrente elétrica ( $i$ ), costuma-se representar o número imaginário  $\sqrt{-1}$  com a letra  $j$ . Ou seja,  $j = \sqrt{-1}$ .

A seguir, exemplo de cálculo para demonstrar a utilidade do uso dos fasores.

### Exemplo

Se conectarmos dois geradores em série, um com tensão  $v_1(t) = 10 \cos(377 t) \text{ V}$  e o segundo definido por  $v_2 = 10 \cos(377 t + \pi/2) \text{ V}$ , quanto vale  $v_1 + v_2$ ?

*Solução:*

Podemos resolver utilizando a trigonometria, mas é um processo trabalhoso que requer várias passagens. Vamos usar os fasores.

- **Passo 1:** converter as tensões  $v_1(t)$  e  $v_2(t)$  em fasores:

$$\dot{V}_1 = (10/\sqrt{2}) \angle 0^\circ \quad \text{e} \quad \dot{V}_2 = (10/\sqrt{2}) \angle 90^\circ$$

- **Passo 2:** para somar os fasores, números complexos na forma polar, é preciso transformá-los para a forma cartesiana ou retangular. Obtemos, então:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 + \dot{V}_2 &= (10 / \sqrt{2})|0^\circ + (10 / \sqrt{2})|90^\circ \xrightarrow{\text{passando para forma cartesiana}} \\ &= (10 / \sqrt{2}) + (10 / \sqrt{2})j \xrightarrow{\text{voltando para forma polar}} \\ &= 10|45^\circ\end{aligned}$$

- **Passo 3:** passar da notação fasorial para a equação senoidal, em função do tempo:

$$v_1(t) + v_2(t) = 10\sqrt{2} \cos(377t + \pi/4) \text{ V}$$

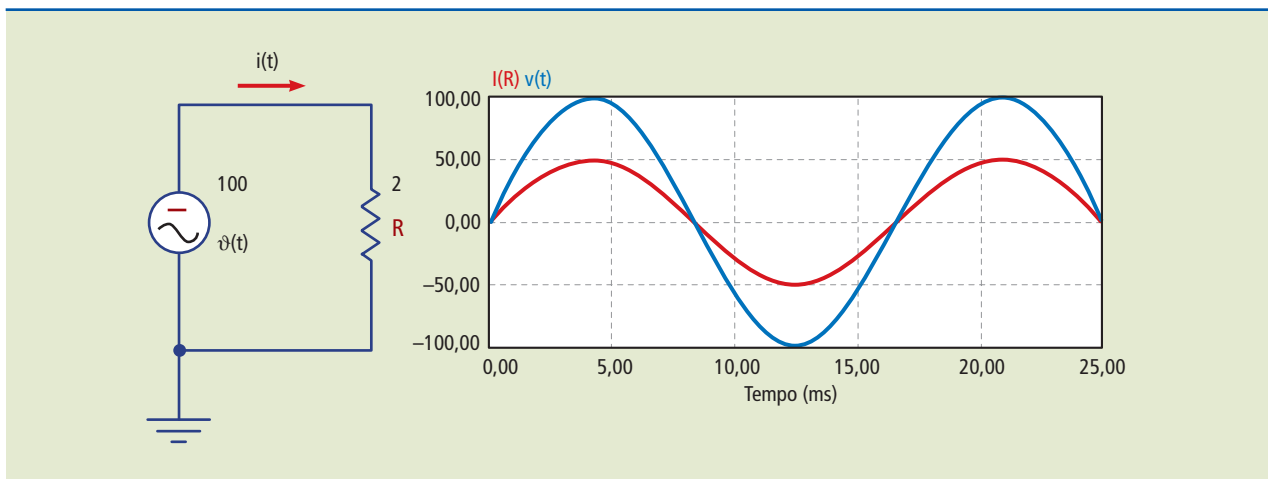
## 1.5.2 Comportamento de resistores, indutores e capacitores em corrente alternada

### ○ resistor

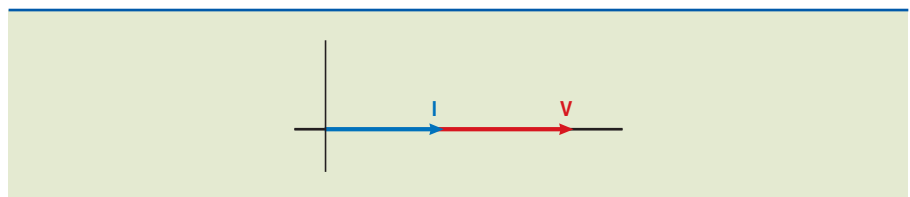
A lei de Ohm afirma que  $I = V(t)/R$ . Assim, se a tensão é senoidal, com valor de pico  $V_p$ , a corrente também é senoidal, em fase com  $V(t)$  e com valor de pico  $I_p = V_p/R$ .

A figura 1.25 mostra a tensão e a corrente em um resistor de  $2\Omega$ , alimentado por uma tensão senoidal com valor de pico de  $100 \text{ V}$  e frequência de  $60 \text{ Hz}$ . O valor de pico da corrente será de  $I_p = 100/2 = 50 \text{ A}$ . A figura 1.26 mostra os fasores da tensão e da corrente em fase.

**Figura 1.25**  
Tensão e corrente em resistor:



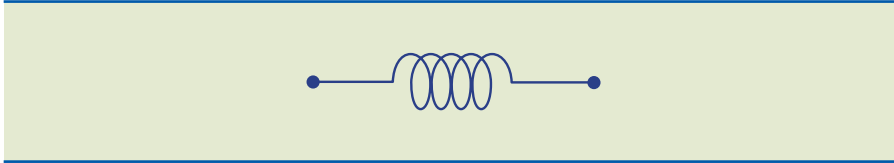
**Figura 1.26**  
Diagrama fasorial com tensão e corrente em fase.





## O indutor

O indutor é basicamente um condutor enrolado sobre um carretel, podendo ter núcleo de ferro ou de ar. A figura 1.27 ilustra o símbolo gráfico do indutor.



**Figura 1.27**

Símbolo do indutor.

Caracterizado pela indutância, medida em henry (H), armazena energia sob a forma de campo magnético e oferece oposição à passagem de corrente alternada. Assim, da mesma forma que foi definida a resistência em um resistor, no indutor define-se a reatância indutiva  $X_L$ , que tem a mesma unidade da resistência, ou seja, o ohm ( $\Omega$ ), como:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \quad (1.21)$$

Quanto maior a frequência, maior o valor de  $X_L$  e menor a corrente que passa pelo circuito. No caso da corrente contínua, em que a frequência é  $f = 0$ , a reatância é nula, ou seja, temos um curto-circuito.

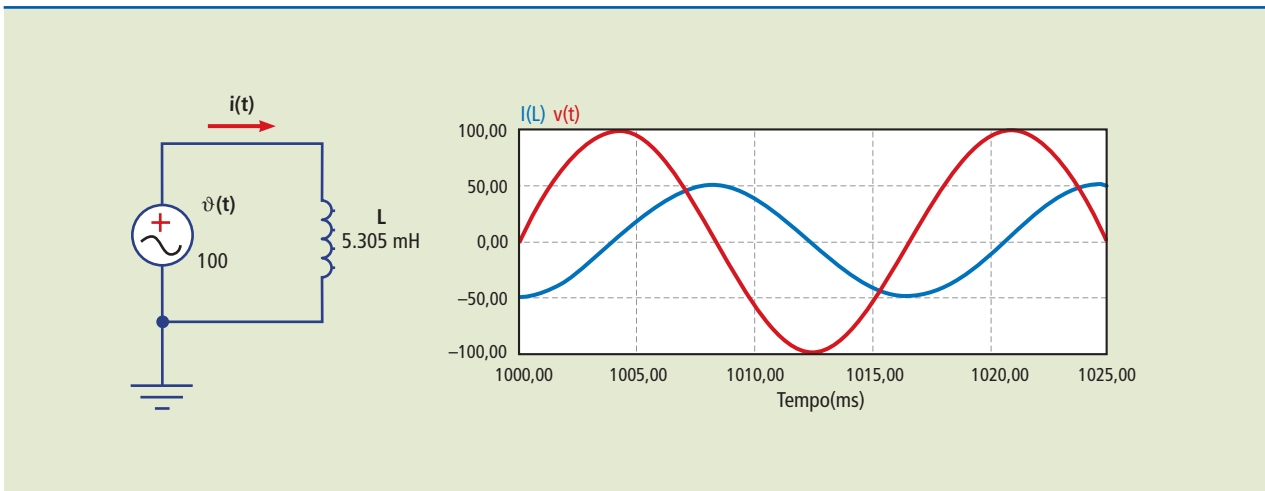
A figura 1.28 mostra a tensão e a corrente em um indutor de indutância  $L = 5,305 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 5,305 \text{ mH}$ , alimentado por uma tensão senoidal com valor de pico de 100 V e frequência de 60 Hz. Uma vez que  $X_L = \omega L = 2\pi fL$ , o valor de pico da corrente é dado por:

$$I_p = 100/X_L = 100/(2\pi \cdot 60 \cdot 5,305 \cdot 10^{-3}) = 50 \text{ A}$$

A corrente estará atrasada  $90^\circ$  com relação à tensão. Para verificar se a corrente está atrasada, basta localizar o instante em que a tensão começa a ficar positiva. A corrente começa a ficar positiva após  $1/4$  de ciclo ( $90^\circ$ ). A figura 1.29 representa o diagrama fasorial com a corrente atrasada com relação à tensão.

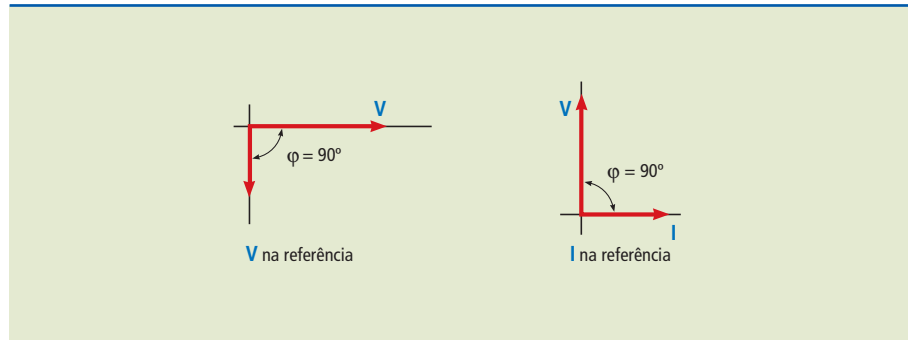
**Figura 1.28**

Tensão e corrente em um indutor.



**Figura 1.29**

Diagrama fasorial com a corrente atrasada em  $90^\circ$  com relação à tensão.

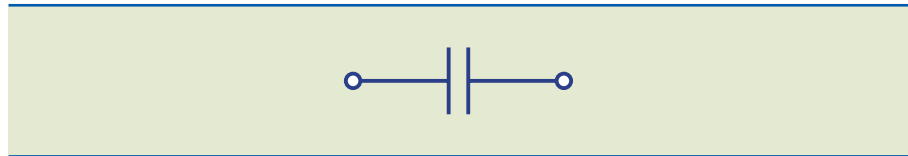


### ○ capacitor

O capacitor é um dispositivo elétrico formado por duas placas condutoras metálicas (por exemplo, filme de alumínio), separadas por um material isolante chamado dielétrico (poliéster, polipropileno, papel, ar etc.). Os capacitores são bastante empregados em instalações industriais para a correção do fator de potência. A figura 1.30 ilustra o símbolo gráfico do capacitor.

**Figura 1.30**

Símbolo do capacitor:



O capacitor, caracterizado pela capacitância medida em faraday (F), armazena energia em seu campo elétrico e oferece oposição à passagem de corrente alternada. Assim como foi definida a resistência para um resistor e a reatância indutiva para um indutor, em um capacitor é definida a reatância capacitiva  $X_C$ , que também possui a mesma unidade da resistência, o ohm ( $\Omega$ ), como:

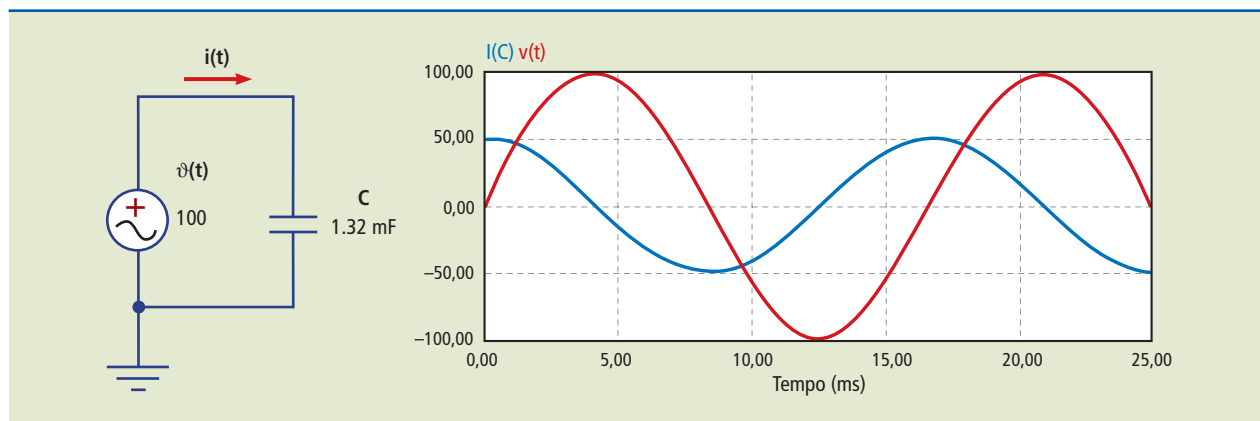
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (1.22)$$

Quanto maior a frequência, menor o valor de  $X_C$  e maior a corrente que passa pelo circuito. Para a corrente contínua, com  $f = 0$ , a reatância é infinita, ou seja, temos um circuito aberto.

A figura 1.31 mostra a tensão e a corrente em um capacitor de  $C = 1,32 \text{ mF}$  alimentado por uma tensão senoidal com valor de pico de 100 V e frequência de 60 Hz. O valor de pico da corrente é dado por:

$$I_p = 100/X_C = 100/(2\pi 60 \cdot 1,32 \cdot 10^{-3})^{-1} = 50 \text{ A}$$

A corrente estará adiantada  $90^\circ$  com relação à tensão. Para verificar se a corrente está adiantada, basta localizar o instante em que a tensão começa a ficar positiva. A corrente começa a ficar positiva  $1/4$  de ciclo ( $90^\circ$ ) antes da tensão. A figura 1.32 mostra o diagrama fasorial com a corrente adiantada em relação à tensão.

**Figura 1.31**

Tensão e corrente em um capacitor.

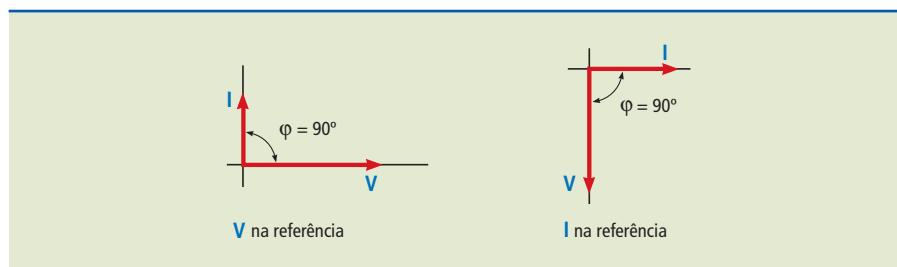
**Figura 1.32**

Diagrama fasorial com a corrente adiantada  $90^\circ$  com relação à tensão.

### 1.5.3 Impedância – uma extensão da lei de Ohm

Todos os circuitos elétricos de corrente alternada (CA) contêm alguma quantidade de resistência, indutância e capacitância. Para o estudo do circuito, devem ser calculadas as respectivas reatâncias: indutiva ( $X_L$ ) e capacitiva ( $X_C$ ).

A resistência, com as reatâncias, limita a corrente nos circuitos de corrente alternada. A oposição total causada por esses três elementos limitadores de corrente é denominada impedância ( $Z$ ), cuja unidade é o ohm ( $\Omega$ ).

A impedância é associada a um número complexo que, se exibido na forma cartesiana ou retangular, tem a parte real representada pela resistência e a parte imaginária, pelas reatâncias. Uma reatância indutiva é, por convenção, designada por  $+jX_L$ . Por efeito oposto ao da reatância indutiva, a reatância capacitiva é designada por  $-jX_C$ . A resistência elétrica é sempre um número real e positivo.

	Resistor	Indutor	Capacitor
Resistência/ reatância ( $\Omega$ )	R	$+jX_L$	$-jX_C$

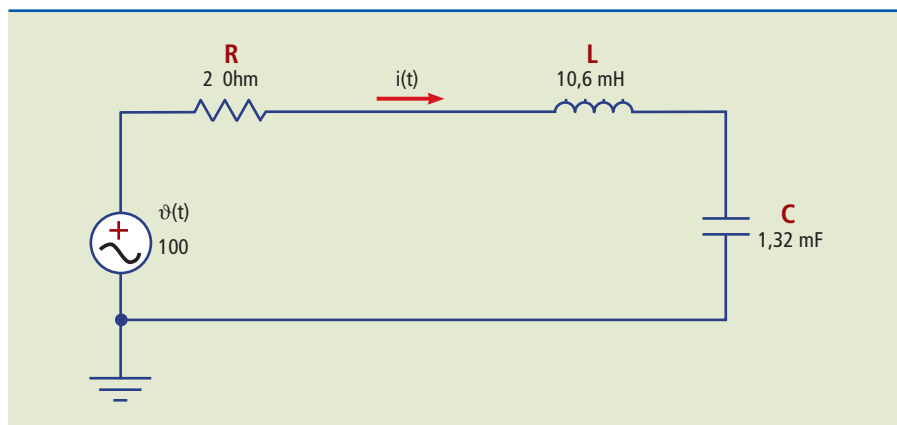
**Tabela 1.2**

Resumo da representação da impedância.

#### Exemplo

Esses novos conceitos são empregados em um exercício em que se quer calcular a corrente do circuito da figura 1.33, que é alimentado por uma fonte senoidal com tensão de pico de 100 V e frequência de 60 Hz.

**Figura I.33**  
Circuito RLC em série.



*Solução:*

- **Passo 1:** Calcular o fasor correspondente à tensão  $v(t)$ , obtendo-se:

$$\dot{V} = (100/\sqrt{2})\underline{0^\circ}$$

- **Passo 2:** Calcular as reatâncias  $X_L$  e  $X_C$  dos componentes:

$$R = 2 \Omega \quad \dot{X}_L = j2\pi 60 \cdot 10,6 \text{ mH} = 4j\Omega \quad \dot{X}_C = -j \frac{1}{2\pi 60 \cdot 1,32 \text{ mF}} = -2j\Omega$$

- **Passo 3:** Calcular a impedância equivalente do mesmo modo que se calcula resistência equivalente em circuitos CC. Todas as ferramentas apresentadas (associação em série, em paralelo, transformação estrela-triângulo) são válidas, com a diferença de que agora se utilizam números complexos. Portanto, no exemplo temos a associação em série de três impedâncias que resulta em:

$$\dot{Z} = R + \dot{X}_L + \dot{X}_C = 2 + 4j - 2j = 2 + 2j = 2,83\sqrt{2}\underline{45^\circ} \Omega$$

- **Passo 4:** Calcular a corrente pela extensão da lei de Ohm, utilizando a impedância equivalente no lugar da resistência. Obtém-se:

$$\dot{i} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}} = \frac{(100/\sqrt{2})\underline{0^\circ} \text{ V}}{2,83\sqrt{2}\underline{45^\circ} \Omega} = 25\sqrt{2}\underline{-45^\circ} \text{ A}$$

O resultado apresenta uma corrente eficaz de 25 A, atrasada  $45^\circ$  com relação à tensão. Apesar do capacitor, o circuito tem característica indutiva, pois a reatância indutiva é maior que a capacitiva.

- **Passo 5:** Podemos obter a equação da forma de onda da corrente:

$$i(t) = 25\sqrt{2} \cos(377t - \pi/4) \text{ A}$$

## 1.5.4 Potência em corrente alternada

### Potência instantânea em um resistor

Em corrente contínua, a potência é calculada simplesmente por  $P = UI$ . Em corrente alternada, a tensão e a corrente variam no tempo, resultando uma potência também variável no tempo, conforme ilustrado na figura 1.34, que mostra a tensão com valor de pico de 100 V e a corrente com valor de pico de 50 A em um resistor. A potência é o produto  $v(t) \cdot i(t)$ , calculado instantaneamente.

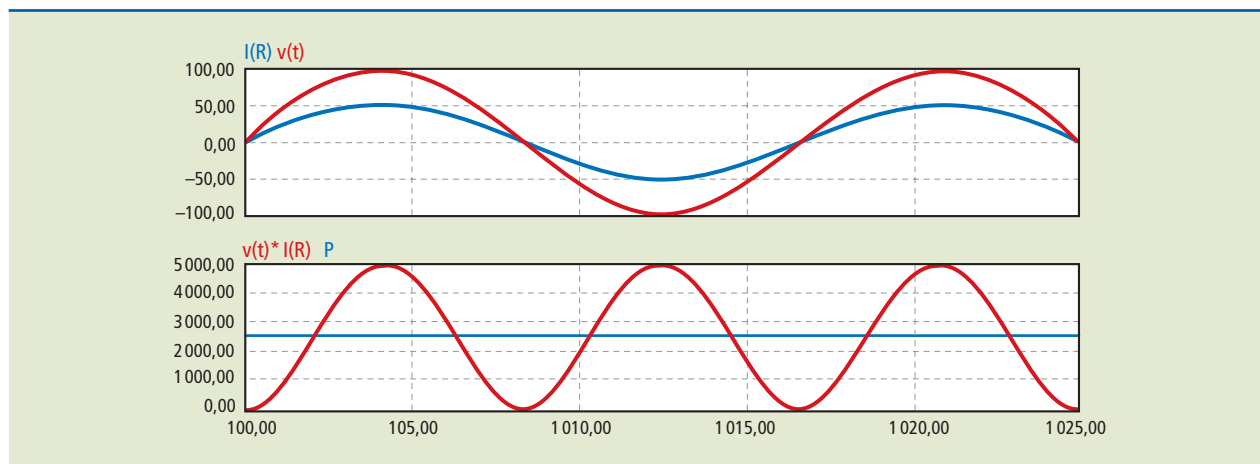
Nota-se que a potência varia de 0 a 5 000 W ao longo do tempo, mas é sempre positiva. Segundo a convenção discutida anteriormente, a potência sempre vai da fonte para a carga. Levando em conta a simetria do gráfico da potência, verifica-se que o valor médio da potência é 2 500 W, que é justamente o produto dos valores eficazes da tensão e da corrente:

$$P = V_{\text{ef}} I_{\text{ef}} = (100 / \sqrt{2}) \cdot (50 / \sqrt{2}) = 2\,500 \text{ W}$$

em que  $P$  é chamada potência média ou potência ativa e quantifica o trabalho médio realizado por ciclo. Sua unidade de medida é o watt (W). Esse é mais um bom motivo para usar valores eficazes no lugar dos valores de pico.

**Figura 1.34**

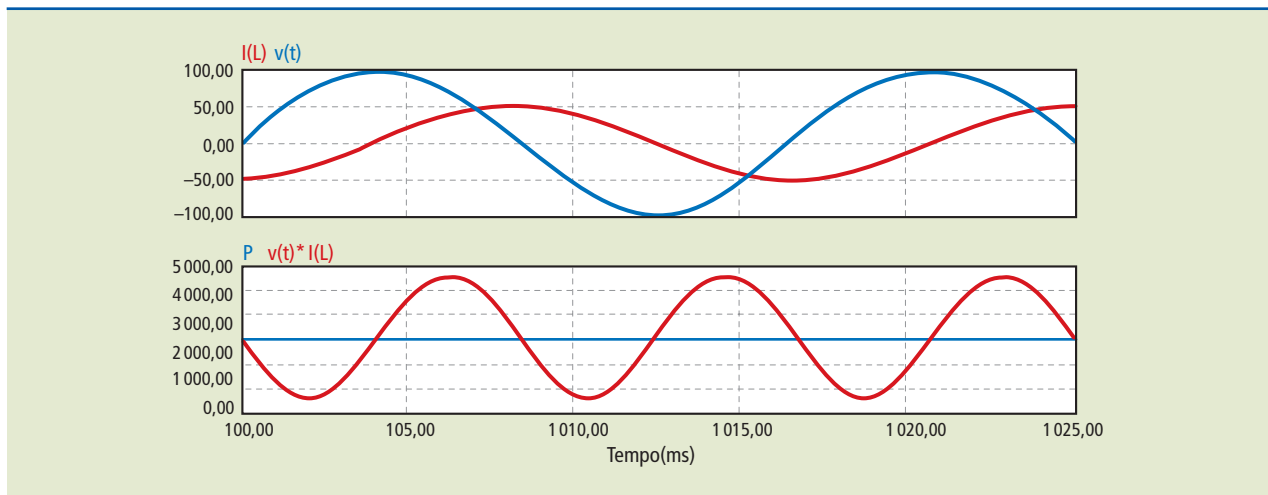
Gráfico superior: tensão e corrente instantâneas. Gráfico inferior: potência instantânea e potência média  $P$ .



### Potência instantânea em um indutor

Seguindo o mesmo raciocínio, agora para o indutor, obtém-se o gráfico da figura 1.35. Nota-se que a potência instantânea é variável, mas seu valor médio é nulo ( $P = 0$ ).

Percebe-se que, em um hemisíclo, a fonte entrega energia à carga, e no hemisíclo seguinte a carga devolve a mesma quantidade à fonte. Em média, o trabalho realizado é nulo. Existe corrente, existe fluxo de potência, mas em média não se realiza trabalho. Em instalações elétricas, permitir que a potência reativa circule implica a necessidade de condutores, transformadores, chaves, disjuntores de maior capacidade e maior custo. Esse tipo de potência é denominado **potência reativa** ( $Q$ ) e sua unidade é o volt-ampère reativo (VAR). A potência reativa é calculada pelo pico do gráfico da potência instantânea, que nesse caso vale 2 500 VAR ( $V_{\text{ef}} i_{\text{ef}}$ ).



**Figura 1.35**

Gráfico superior: tensão e corrente instantâneas.

Gráfico inferior: potência instantânea e potência média  $P$ .

### Potência instantânea em um capacitor

Para o capacitor, podemos fazer uma análise semelhante à do indutor, ou seja, a potência média é nula e apresenta um valor de potência reativa.

### Potência ativa, reativa, aparente e fator de potência

Foi mostrado que as cargas resistivas (aquelas que apresentam a corrente em fase com a tensão) consomem apenas potência ativa, enquanto capacitores e indutores (corrente defasada em  $90^\circ$ ) consomem apenas potência reativa. Na prática, os equipamentos encontrados no meio industrial são compostos pelos três componentes (R, L, C), em que a corrente se apresenta adiantada ou atrasada em um ângulo que varia entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Essas cargas consomem tanto potência ativa como reativa.

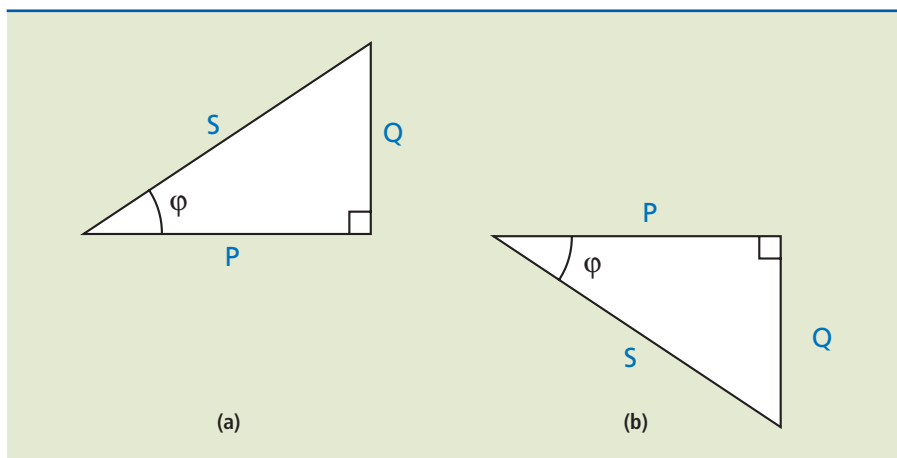
Em geral, podemos definir:

- potência ativa ou média (W):  $P = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi$  (1.23)
- potência reativa (VAR):  $Q = V_{ef} I_{ef} \sin \varphi$  (1.24)
- em que  $\varphi$  é o ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.
- potência aparente (VA):  $S = V_{ef} I_{ef} = \sqrt{P^2 + Q^2}$  (1.25)

A representação gráfica de  $S$ ,  $P$  e  $Q$  resulta no chamado triângulo das potências mostrado nos itens **a** e **b** da figura 1.36.

Define-se fator de potência como a relação entre potência ativa e potência aparente:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V_{ef} I_{ef} \cos \varphi}{V_{ef} I_{ef}} = \cos \varphi \quad (1.26)$$

**Figura 1.36**

Representação gráfica das potências:  
a) carga indutiva;  
b) carga capacitiva.

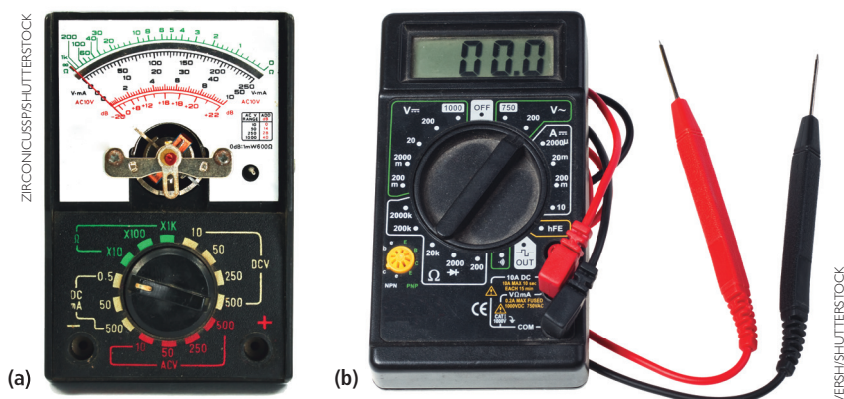
Se  $\text{FP} = 1$ , ou seja,  $\varphi = 0^\circ$ , então a potência reativa é zero ( $Q = 0$ ) e  $S = P$ . À medida que aumenta a contribuição da potência reativa  $Q$ , temos  $S > P$ , reduzindo o valor do fator de potência  $e$ , conseqüentemente, aumentando a corrente na rede. Por determinação legal, as concessionárias de energia obrigam os consumidores industriais e comerciais a manter o fator de potência ( $\cos \varphi$ ) de suas instalações com valor superior a 0,92, e o proprietário incorre em multa caso isso não ocorra.

## 1.6 Instrumentos de medição das grandezas elétricas

A seguir serão apresentados instrumentos básicos para medição de grandezas elétricas que fazem parte do dia a dia do técnico mecânico.

### 1.6.1 Multímetro

É um dos instrumentos de grande importância para utilização em laboratórios de qualquer especialidade. O multímetro, ou multiteste, permite a medição da tensão, da corrente e da resistência de um circuito elétrico. A figura 1.37 mostra os dois tipos de multímetros, o analógico (de ponteiro) e o digital.

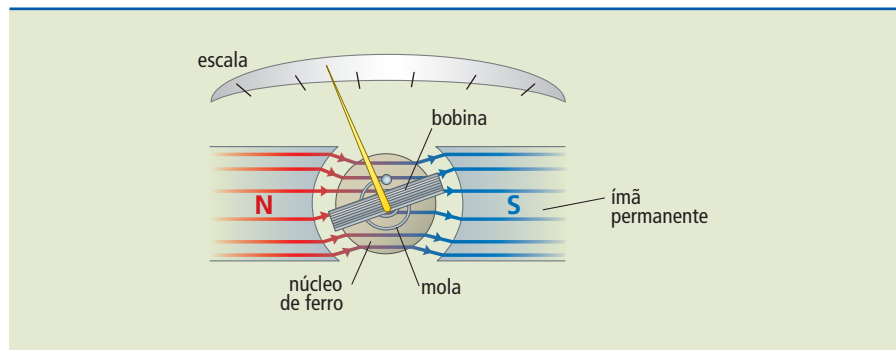
**Figura 1.37**

Multímetros:  
a) analógico;  
b) digital.



O multímetro analógico utiliza um galvanômetro, que é um instrumento com um ponteiro montado sobre uma bobina móvel, imersa no campo magnético produzido por um ímã permanente (figura 1.38). Quando uma corrente elétrica percorre o enrolamento da bobina móvel, surge um campo magnético na bobina, que interage com o campo magnético do ímã. Dependendo do sentido da corrente elétrica, o ponteiro poderá se movimentar para a direita ou para a esquerda, na escala do instrumento.

**Figura 1.38**  
Galvanômetro.



Com corrente nula, o torque aplicado à bobina é nulo, e o ponteiro fica em seu ponto de descanso, totalmente à esquerda da escala. Com corrente positiva, o ponteiro se movimenta no sentido horário. Se a movimentação do ponteiro for para a esquerda, entende-se que a polaridade das pontas em relação ao ponto de medição está invertida. Assim, podemos afirmar que o multímetro analógico é polarizado, e deve-se tomar o cuidado para sempre utilizar a ponta vermelha no positivo (+) e a ponta preta no negativo (-) dos pontos medidos.

O multímetro possui escalas distintas para cada grandeza a ser medida, como é mostrado na figura 1.39.

**Figura 1.39**  
Escalas de um multímetro analógico.



O instrumento possui uma chave seletora, para selecionar a grandeza a ser medida pelo aparelho. Descrevem-se a seguir os procedimentos de medida de cada grandeza.

## Medidas de tensão com multímetro analógico

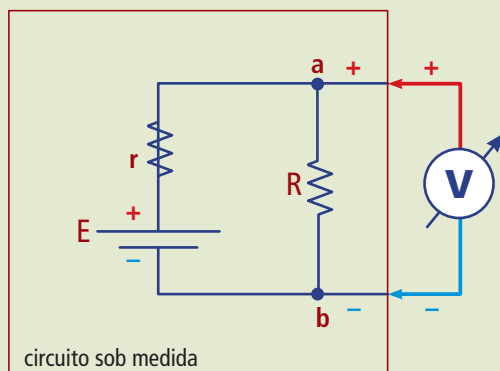
Para efetuar as medidas de tensão, deve-se primeiramente saber se a tensão a ser lida é contínua (VDC) ou alternada (VAC). Com a chave seletora na posição VDC, mede-se o valor médio da tensão. Com a chave seletora no modo VAC, mede-se o valor eficaz das tensões alternadas senoidais. Para tensões alternadas não senoidais, o multímetro apresenta erro de medida. Alguns multímetros digitais conseguem medir o valor eficaz verdadeiro da tensão mostrando em sua caixa a inscrição “TRUE RMS” (valor médio quadrático verdadeiro ou valor eficaz verdadeiro).

A inserção do multímetro, utilizado como medidor de tensão, deve ser em paralelo com a carga a ser medida. Voltímetros têm resistência interna muito elevada e drenam pouca corrente do circuito que está sendo medido, o que afeta muito pouco o valor da tensão que se quer medir. A figura 1.40 mostra o símbolo gráfico de um voltímetro, e a figura 1.41, como ele é conectado aos pontos de medição. No caso, deseja-se medir a tensão entre os pontos **a** e **b**.



**Figura 1.40**

Símbolo utilizado para representar um voltímetro.



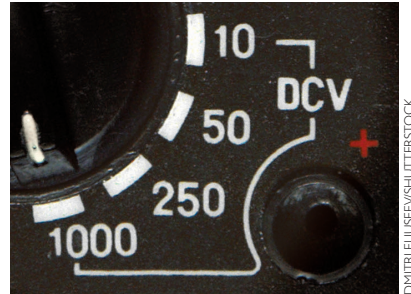
**Figura 1.41**

Medindo a tensão entre os pontos **a** e **b**.

O terminal positivo do instrumento deve estar no ponto **a** e o negativo, no ponto **b**, para que se tenha uma deflexão do ponteiro para a direita; ao contrário, teremos uma deflexão para a esquerda, o que é uma indicação de troca de polaridade. Uma sugestão prática importante é sempre colocar, ou posicionar, inicialmente a chave seletora na maior escala possível e ir reduzindo a escala até obter uma leitura mais precisa da grandeza. Evita-se, assim, queimar o instrumento quando temos dúvida quanto à polaridade e à magnitude da tensão a ser medida. A figura 1.42 indica as diversas escalas da chave seletora.

**Figura 1.42**

Chave seletora mostrando os valores de fim de escala para o modo de medida de tensão DC.



Analogamente, podemos medir valores eficazes de tensões CA, passando a chave seletora para a posição VAC (tensão em corrente alternada), escolhendo a escala adequada, conforme mostra a figura 1.43.

**Figura 1.43**

Escala para medida de tensões alternadas.



### Medidas de corrente com multímetro analógico

Com a chave seletora na posição DCmA (figura 1.44), o multímetro é utilizado para medições de corrente elétrica CC (valor médio) que percorre o circuito.

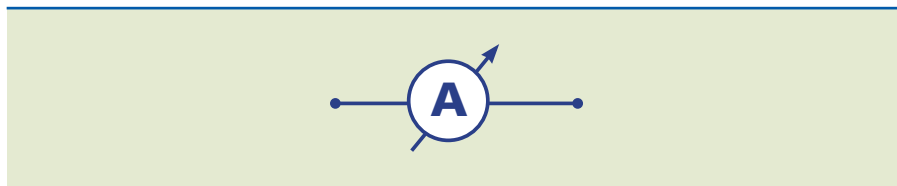
Esse tipo de medição é feito em circuitos alimentados com tensão em corrente contínua (DC). Para fazer a leitura da corrente elétrica que percorre um circuito, deve-se introduzir o multímetro em série com o circuito a ser medido. Geralmente são realizadas as medições na linha positiva do circuito. Para isso, ligamos a ponta vermelha (+) no lado do gerador e a ponta preta (-) no lado do circuito a ser medido.

**Figura 1.44**

Escala para medida de correntes CC.



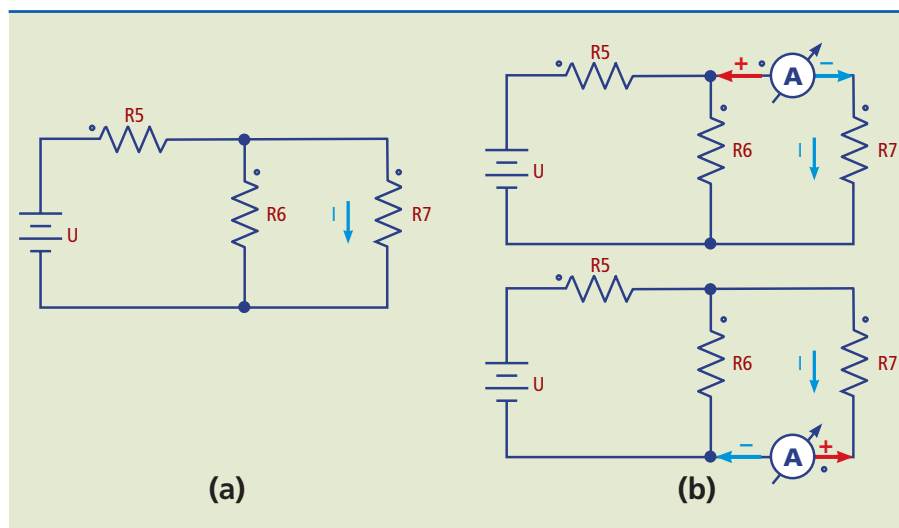
Também é possível realizar as medições no lado negativo da linha de alimentação. Para isso, liga-se a ponta preta (–) no lado do gerador e a ponta vermelha (+) do multímetro no lado do circuito a ser medido. Quando não se conhece a escala de valor da corrente a ser medida, deve-se inicialmente selecionar a chave de funções no maior valor e reduzir seu valor até obter uma leitura adequada. O símbolo usado para representar o amperímetro é mostrado na figura 1.45.



**Figura 1.45**

Símbolo gráfico do amperímetro.

A figura 1.46a mostra um circuito no qual se deseja medir a corrente  $I$ . A figura 1.46b mostra duas maneiras de conectar o amperímetro ao circuito para medir a corrente  $I$ . O amperímetro é instalado em série e, portanto, o circuito deve ser necessariamente interrompido para se conectar o instrumento.



**Figura 1.46**

a) Circuito a ser medido;  
b) conexão do amperímetro.

### Medidas de resistência com multímetro analógico

O ohmímetro é um instrumento usado para medidas de resistência elétrica. Na figura 1.47 são mostradas as escalas do ohmímetro. Deve-se multiplicar o valor lido pelo fator multiplicativo indicado na escala utilizada.



**Figura 1.47**

Escalas da chave seletora do multímetro utilizado como ohmímetro.

Para a realização de uma medida de resistência, o instrumento precisa estar calibrado e, para tanto, deve-se fazer o ajuste de zero do ponteiro. Para isso, é necessário juntar as duas pontas (vermelha e preta) e verificar se o ponteiro está indicando  $0 \Omega$ . Caso contrário, deve-se fazer o ajuste por meio do botão localizado no painel do instrumento.

Esse ajuste precisa ser feito para cada mudança de escala na chave seletora. Uma vez conseguido o ajuste, as pontas de prova devem ser conectadas ao componente a ser medido. É importante que o componente esteja desconectado do circuito para:

- evitar que tensões presentes no circuito sejam aplicadas ao ohmímetro, podendo danificar ou dar falsos resultados de medida;
- evitar que, em vez da medida da resistência do componente, seja obtida a resistência da associação do componente com os demais existentes no circuito, o que certamente resultará em resistência menor que a real.

### **Erro comum que pode danificar o instrumento!**

Muitas vezes o instrumento é deixado em cima da bancada na posição “corrente” ou “resistência” e, ao voltar a utilizá-lo, tenta-se medir tensões, sem alterar a chave seletora para “tensão”. Multímetros de menor custo sofrerão danos. Os de melhor qualidade e, portanto, mais caros são dotados de proteção que evita ou minimiza os danos.

É conveniente colocar a chave seletora na maior escala da posição “tensão” sempre que terminar de usar o instrumento.

Se o instrumento tiver conector especialmente dedicado para a medida de corrente, é conveniente retorná-lo ao borne de tensão.

## **Multímetro digital**

Os multímetros digitais (figura 1.37b), em termos de operação, são exatamente iguais aos analógicos, porém fornecem a indicação em um visor de cristal líquido. O multímetro digital não apresenta erros de paralaxe (variação do valor lido em função do ângulo de leitura do operador), possíveis em instrumentos com ponteiro.

Outras vantagens do multímetro digital são:

- maior resistência a quedas por não ter partes móveis e delicadas;
- ausência de ajuste de zero;
- leitura direta da grandeza, sem a necessidade de aplicar fatores multiplicativos;
- maior impedância interna (da ordem de  $10 M\Omega$ ) no modo voltímetro;

- alguns dispõem de funções adicionais, como medida de temperatura, teste de transistores, medida de capacitores, teste de diodos etc.

## 1.6.2 Amperímetro alicate

Esse instrumento, mostrado na figura 1.48, foi projetado em princípio para a medida de corrente, com a vantagem de que para inseri-lo no circuito não é preciso cortar os condutores, conforme mostrado na figura 1.49. Essa característica é muito importante em instalações industriais, por onde circulam correntes elevadas em cabos de grande seção transversal, nos quais a interrupção para a instalação do amperímetro em série é praticamente impossível.



ERIPA/SHUTTERSTOCK

**Figura 1.48**

Amperímetro alicate.

O amperímetro alicate faz a leitura com suas pinças envolvendo o condutor como em um abraço (figura 1.49). Com base na lei de indução de Faraday, a corrente alternada no condutor produz um campo magnético alternado no núcleo de ferro que compõe as pinças do alicate. Em uma segunda espira, enrolada no núcleo, é induzida uma tensão proporcional à corrente no cabo, que é medida por um voltímetro e indicada no *display*. Os instrumentos mais sofisticados e, portanto, mais caros também medem corrente contínua através do efeito Hall.



GREEN EMPowerMENT

**Figura 1.49**

Medida com o amperímetro alicate.

Apresentamos alguns cuidados específicos para a utilização de amperímetros alicate:

- o amperímetro alicate não deve ser aplicado em circuitos que possuam tensão superior a 750 VAC;
- não se deve medir corrente AC com as pontas de prova conectadas ao amperímetro alicate;
- as pinças do alicate devem envolver um único fio condutor. Nunca introduzir mais do que um fio fase simultaneamente no alicate para não haver erro de leitura;
- para fazer a leitura com exatidão, é necessário que a pinça esteja completamente fechada e que o fio fique no centro do espaço livre entre as pinças.

Os multímetros do tipo alicate usualmente dispõem da função memória (*data hold*). Para utilizar essa função quando estiver fazendo alguma medição, é preciso pressionar a chave “Data-Hold”. O valor exibido no visor é armazenado em uma memória, que pode ser visualizada mesmo depois de retirado o sinal aplicado. O valor armazenado sofre uma perda gradual com o tempo.

Essa função é útil ao realizar medidas em painéis, quando é impossível fazer a leitura do *display* por falta de espaço. Coloca-se, então, o instrumento, memoriza-se a medida e, ao término da operação, faz-se a leitura do valor medido.

### 1.6.3 Wattímetro

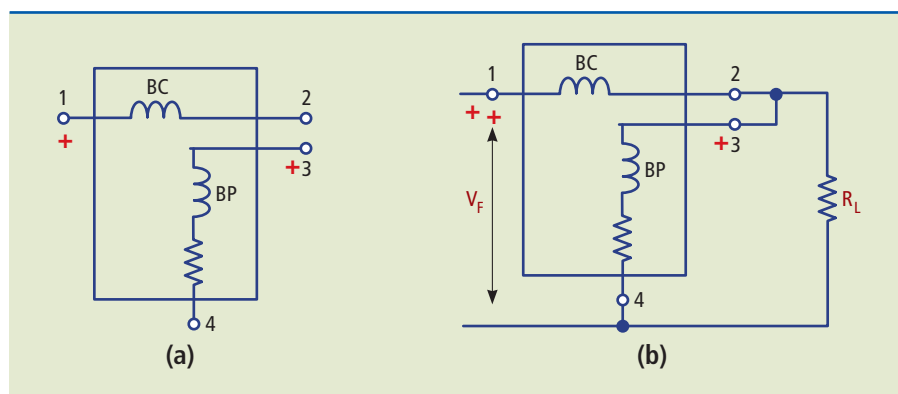
O wattímetro é o instrumento usado para medir a potência ativa ou média de um circuito elétrico. É composto por duas bobinas. Por uma delas, chamada bobina de corrente, passa a corrente da carga e a outra, chamada bobina de potencial, mede a tensão nos terminais da carga. Reunindo as leituras instantâneas da corrente e da tensão, o wattímetro “calcula” a potência ativa, definida pela equação 1.23:

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi \quad (1.23)$$

Para que haja medição correta do sentido da potência medida (ver esquema da figura 1.50), é preciso que o terminal positivo da bobina de corrente esteja ligado na direção da fonte, e o terminal positivo da bobina de potencial esteja ligado ao outro terminal da bobina de corrente.

**Figura 1.50**

- a) Bobinas de corrente (BC) e de potencial (BP) de um wattímetro;  
b) esquema de ligação de um wattímetro para medir a potência de uma carga  $R_L$ .





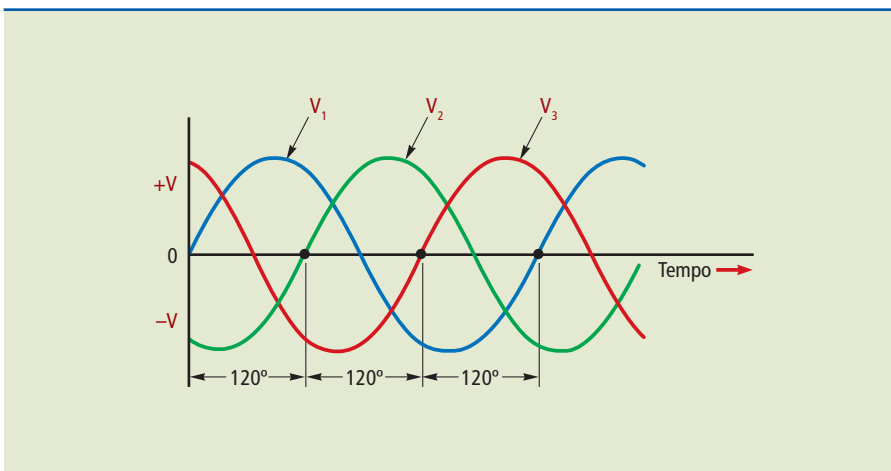
## 1.7 Sistema trifásico de energia

Sistema polifásico é aquele que contém dois ou mais circuitos elétricos, cada qual com sua fonte de tensão alternada. Essas tensões têm a mesma frequência e estão defasadas entre si de um ângulo definido. Cada circuito do sistema constitui uma fase. Dos sistemas polifásicos estudados, os cientistas chegaram à conclusão de que o sistema trifásico é o mais econômico.

O sistema trifásico, criado em 1890 por Nikola Tesla (1856-1943), apresenta as seguintes vantagens em relação ao sistema monofásico:

- entre motores e geradores do mesmo tamanho, os trifásicos têm maior potência que os monofásicos;
- as linhas de transmissão trifásicas empregam cabos de menor seção transversal e, portanto, menos material que as monofásicas para transportar a mesma potência elétrica;
- os motores trifásicos têm um conjugado uniforme, enquanto os monofásicos comuns têm conjugado pulsante;
- os motores trifásicos podem partir sem meio auxiliar, o que não acontece com os motores monofásicos comuns;
- os circuitos trifásicos proporcionam flexibilidade na escolha das tensões e podem ser utilizados para alimentar cargas monofásicas.

Um sistema trifásico ( $3\emptyset$ ) é uma combinação de três sistemas monofásicos ( $1\emptyset$ ). Em um sistema trifásico balanceado, a potência é fornecida por um gerador CA que produz três tensões iguais, mas separadas, cada uma defasada das demais em  $120^\circ$  (figura 1.51).



**Figura 1.51**

As três ondas de tensão senoidal.

### 1.7.1 O gerador trifásico

Na figura 1.52, temos o esquema da estrutura de um gerador trifásico com seus três conjuntos de enrolamentos (A-X, B-Y, C-Z). Na figura, podemos visualizar um gerador de corrente contínua que fornece sua corrente ( $I_{ext}$ ) através de escovas e anéis (dispositivos para contato giratório) ao enrolamento do rotor (bobina



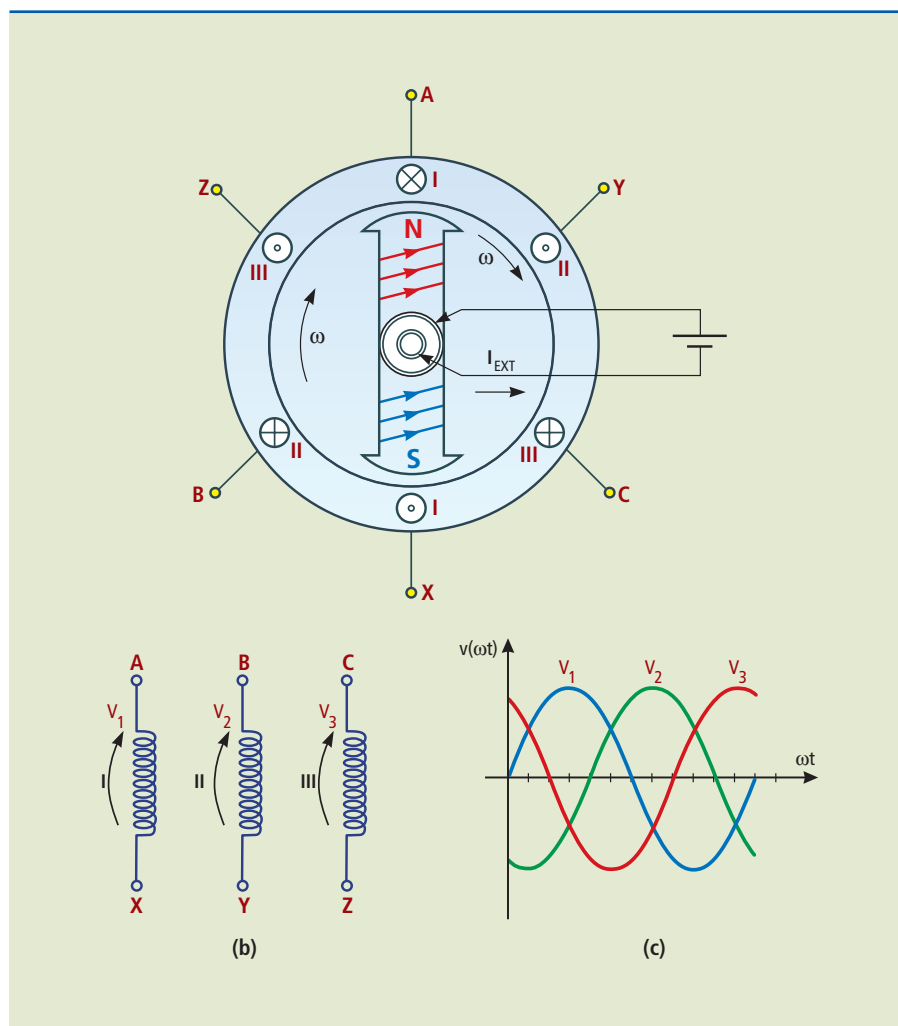
giratória). O rotor, por sua vez, é preso a um eixo que gira movimentado por força externa ao gerador — por exemplo, uma turbina ou queda-d'água.

A velocidade angular do rotor é controlada, de modo a obter a frequência de 60 Hz da rede elétrica. O enrolamento do rotor induz, então, o surgimento das tensões elétricas nos três enrolamentos fixos no estator do gerador. Por esses enrolamentos estarem separados por ângulos de  $120^\circ$ , as tensões são defasadas também em  $120^\circ$ , como mostrado no diagrama senoidal da figura 1.51.

**Figura 1.52**

Sistema trifásico:

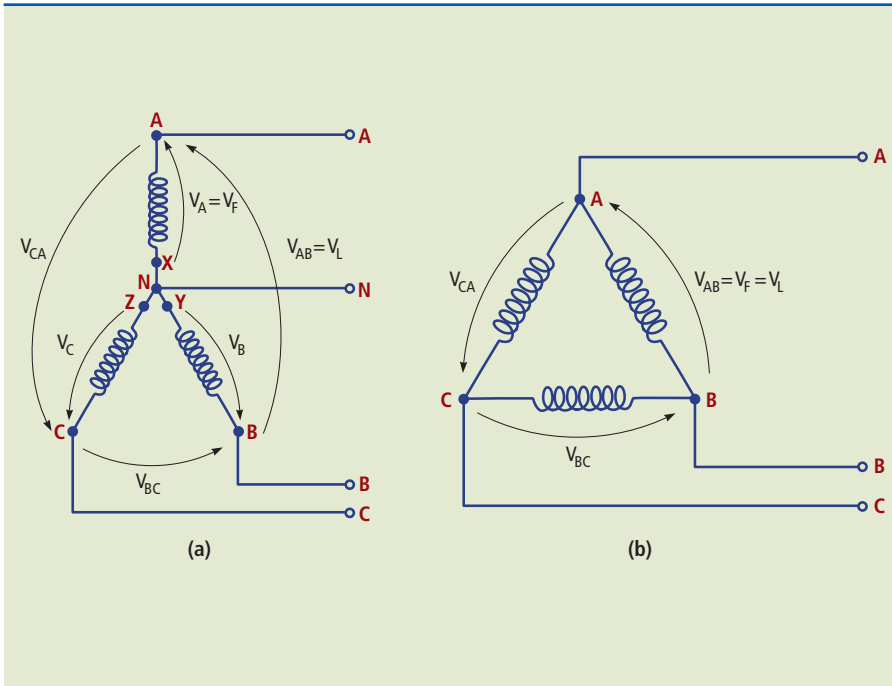
- a) estrutura de um gerador trifásico (três enrolamentos: B-Y, A-X, C-Z);  
 b) enrolamentos;  
 c) formas de onda.



## 1.7.2 Conexões típicas de um gerador trifásico

Existem duas formas de ligar os terminais dos enrolamentos de um gerador trifásico. Essas configurações, denominadas estrela (ou  $\mathbf{Y}$ ) e triângulo (ou  $\mathbf{\Delta}$ ), são mostradas na figura 1.53, na qual os enrolamentos do gerador estão representados por fontes de tensão independentes.

Na ligação estrela, os terminais X, Y e Z dos enrolamentos estão conectados a um ponto comum denominado neutro. Os terminais A, B, C e neutro ficam livres para a conexão das cargas.



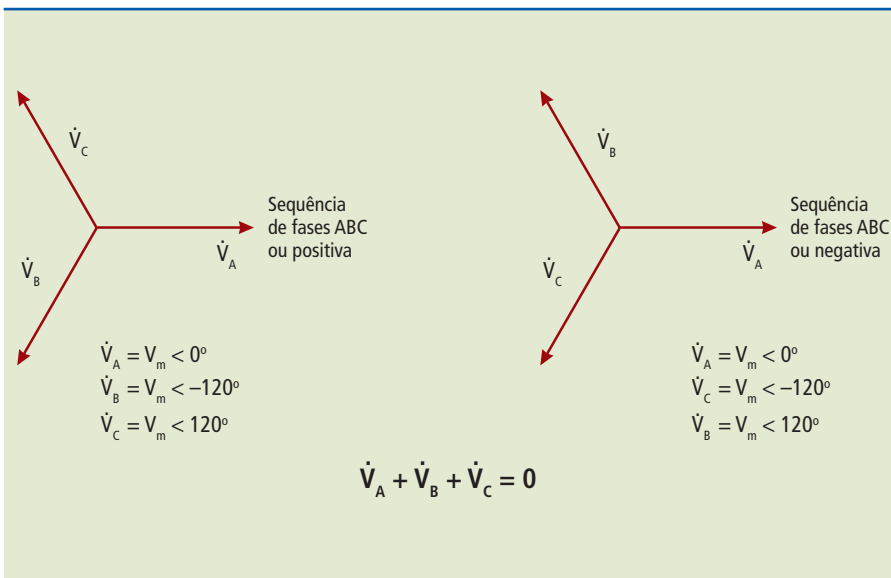
**Figura 1.53**

a) Ligação estrela (ou Y);  
 b) ligação triângulo (ou Δ).

### 1.7.3 Sistema trifásico equilibrado

Um sistema trifásico é dito equilibrado quando:

- as cargas são equilibradas, isto é, as cargas ligadas aos terminais do gerador têm a mesma impedância em todas as fases;
- os componentes do sistema (linhas, transformadores e geradores) têm características lineares e idênticas em cada fase;
- o sistema de tensões é simétrico, ou seja, as tensões têm módulos iguais e são defasadas em 120° uma da outra (figura 1.54).



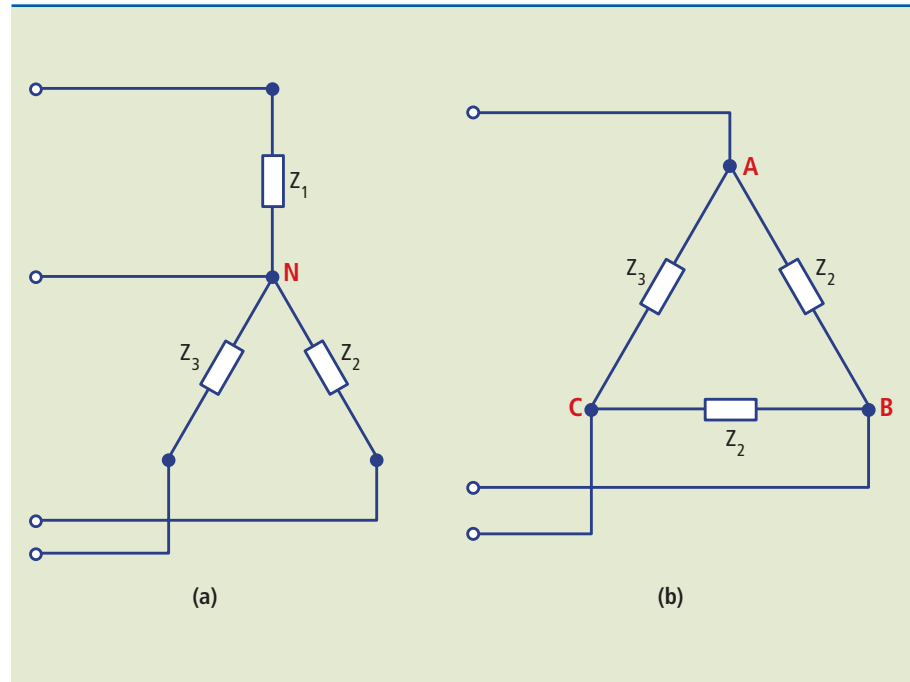
**Figura 1.54**

Sistema trifásico representado por fasores.

Tal como o gerador, uma carga trifásica equilibrada pode estar nas configurações estrela (ou Y) ou triângulo (ou  $\Delta$ ). O sistema trifásico de cargas a ser alimentado por esse gerador é representado na figura 1.55. Se ambos, o gerador e a carga, estiverem no formato estrela, temos as três fases e um neutro (N). Esse tipo de ligação também é chamado trifásico a quatro fios. A ligação da carga também pode ser feita no formato triângulo.

**Figura 1.55**

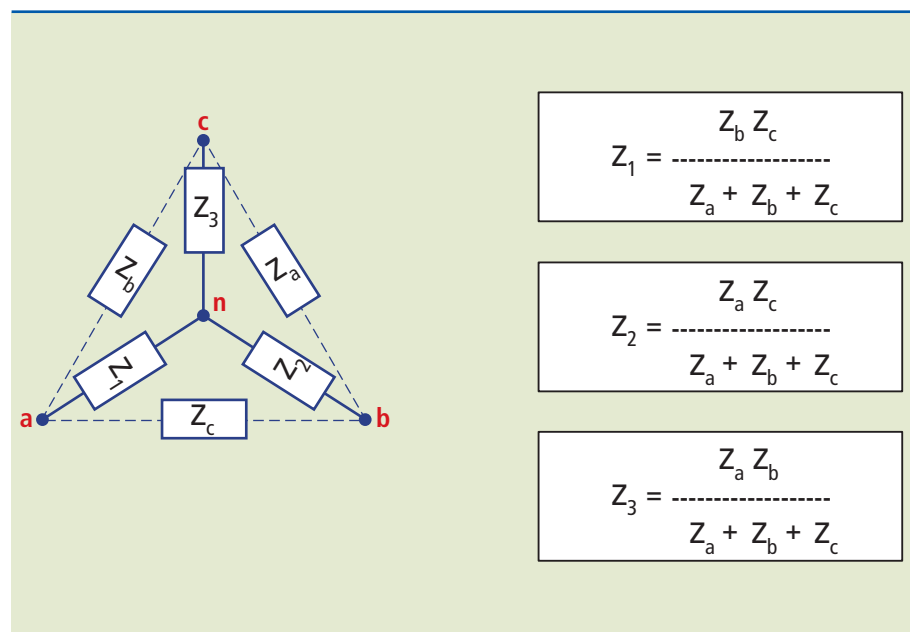
Cargas trifásicas a serem ligadas nos geradores:  
a) estrela (ou Y);  
b) triângulo (ou  $\Delta$ ).

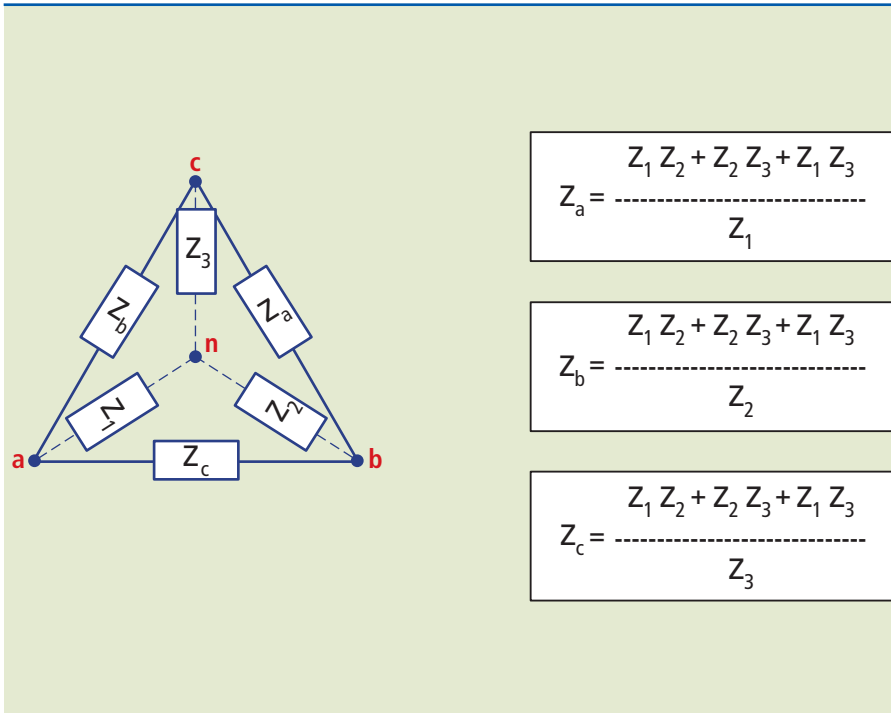


Podemos utilizar os conceitos já vistos, de circuitos elétricos, para fazer a transformação do sistema estrela em triângulo e vice-versa, como mostram as figuras 1.56 e 1.57.

**Figura 1.56**

Transformação de triângulo para estrela.

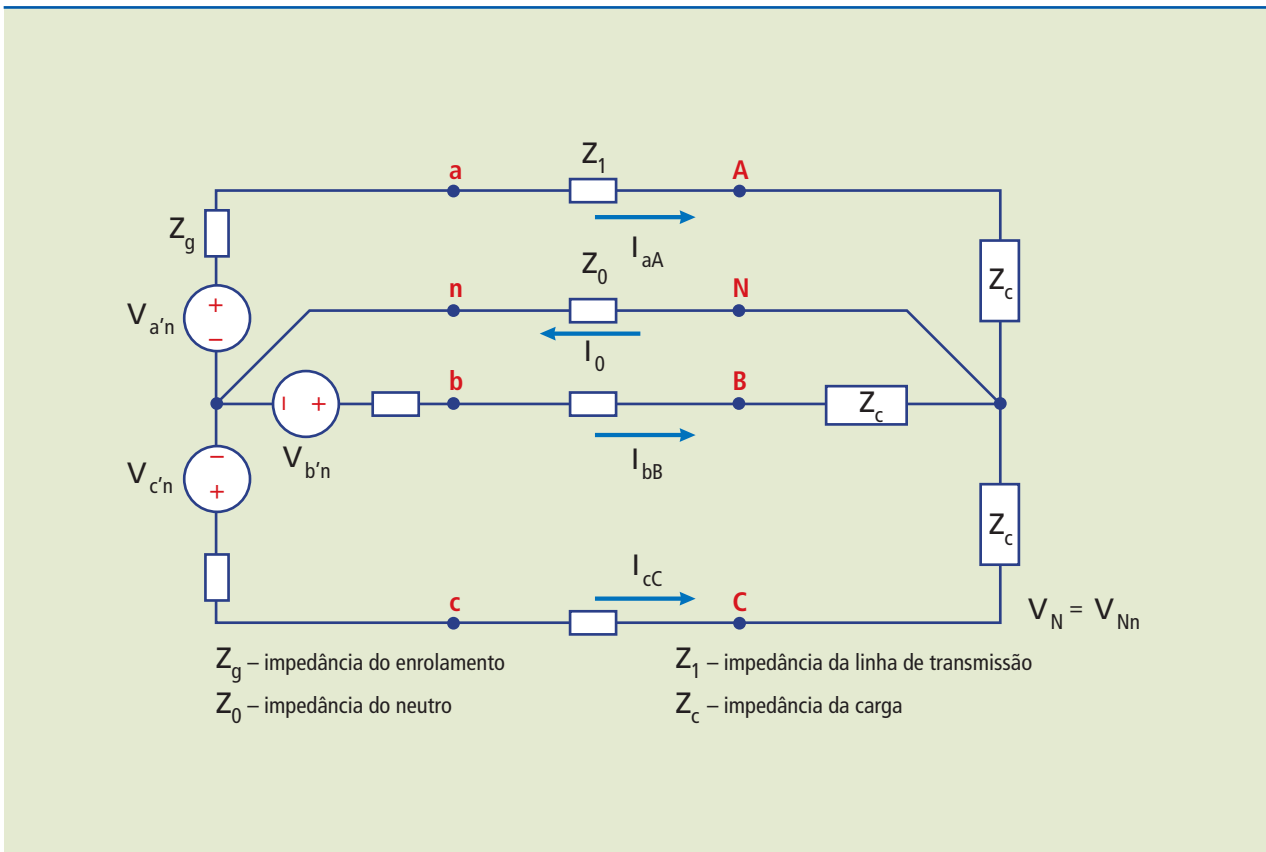




**Figura I.57**  
 Transformação de estrela para triângulo.

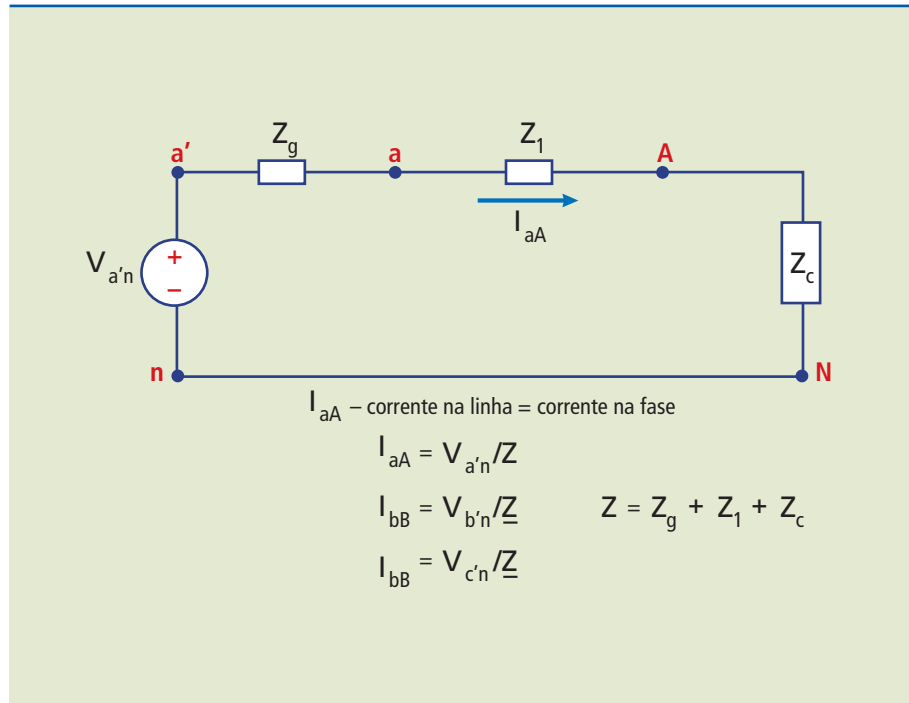
Como o sistema trifásico é composto por três circuitos monofásicos, a representação pode ser feita como mostra a figura 1.58.

**Figura I.58**  
 Gerador e carga ligados em estrela.

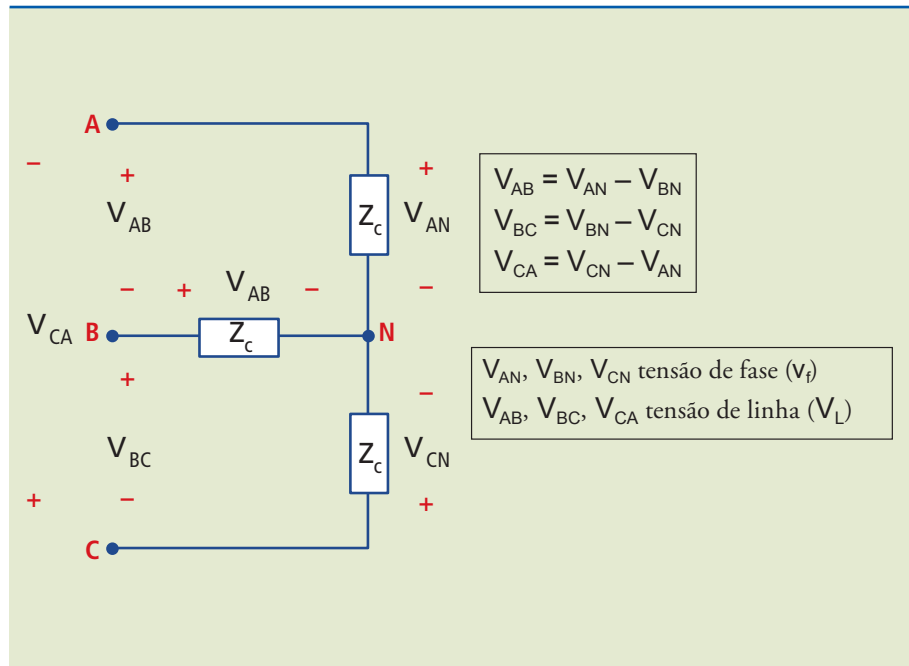


Podemos fazer o estudo considerando um sistema monofásico simples (figuras 1.59 e 1.60).

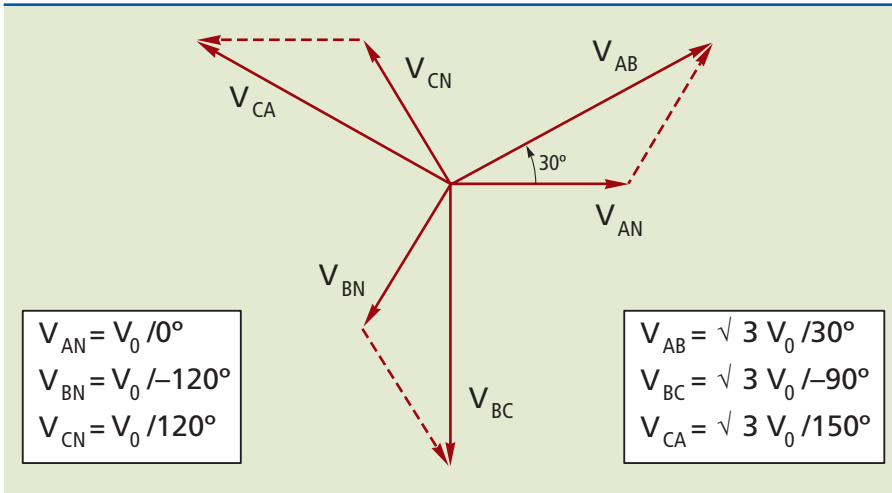
**Figura 1.59**  
Circuito monofásico equivalente



**Figura 1.60**

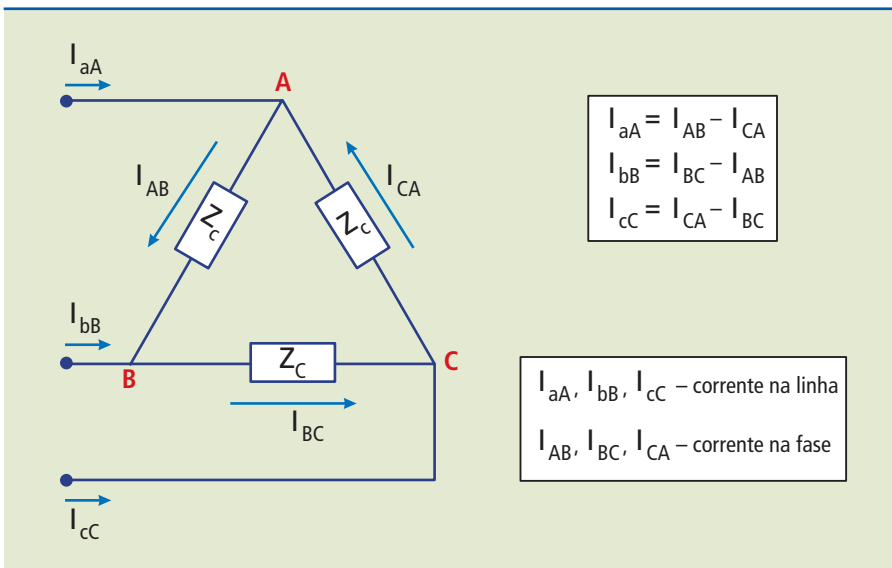


O diagrama fasorial de um sistema trifásico representa as relações no tempo das fases e não relações espaciais do circuito. Na figura 1.61, vemos o diagrama fasorial com as tensões de fase e de linha em relação ao neutro. A figura 1.62 mostra o esquema de um gerador em estrela e carga em triângulo.



**Figura 1.61**

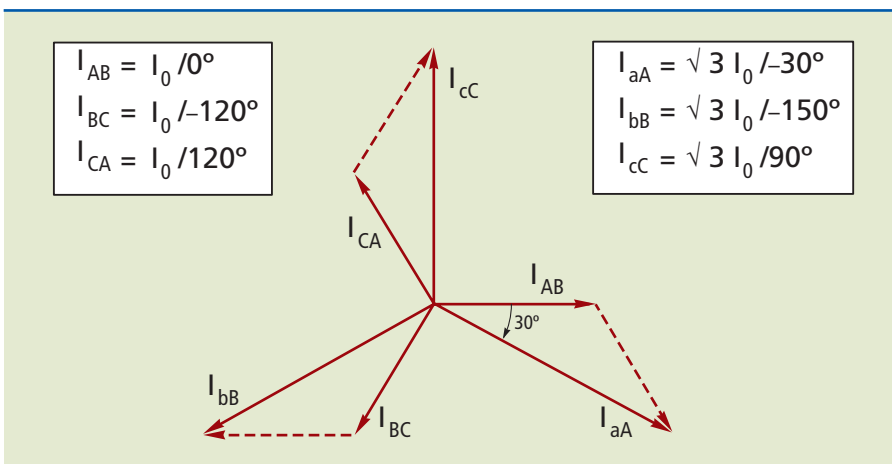
Tensões de fase e de linha de um sistema trifásico.



**Figura 1.62**

Gerdor em estrela e carga em triângulo.

A figura 1.63 mostra o diagrama fasorial para a situação em que o gerador está configurado em estrela e a carga, em triângulo.



**Figura 1.63**

Abaixo, é apresentada a tabela 1.3, comparativa de tensões e correntes de um sistema trifásico equilibrado.

**Tabela 1.3**

Tabela-resumo de tensões e correntes de um sistema trifásico equilibrado.

Sequência de fases positiva		Tensão		Corrente	
		simples	composta	linha	carga
Y - Y	Fonte	$V_{an}, \dots$	$V_{ab} = \sqrt{3}/30^\circ V_{an}, \dots$	$I_{aA}, \dots$	—
	Carga	$V_{AN}, \dots$	$V_{AB} = \sqrt{3}/30^\circ V_{AN}, \dots$	—	$I_{aA}, \dots$
Y - $\Delta$	Fonte	$V_{an}, \dots$	$V_{ab} = \sqrt{3}/30^\circ V_{an}, \dots$	$I_{aA} = \sqrt{3}/-30^\circ I_{AB}, \dots$	—
	Carga	—	$V_{AB}, \dots$	—	$I_{AB}, \dots$

### Exemplo

Suponha um sistema trifásico equilibrado com tensão eficaz de 120 V e carga com impedâncias  $Z = 30/35^\circ (\Omega)$ . Calcule as correntes de linha.

*Solução:*

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{120\angle 0^\circ}{30\angle 35^\circ} = 4\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z} = \frac{120\angle -120^\circ}{30\angle 35^\circ} = 4\angle -155^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z} = \frac{120\angle -240^\circ}{30\angle 35^\circ} = 4\angle -275^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} I_A &= I_{AB} - I_{CA} = 4\angle -35^\circ - 4\angle -275^\circ \\ &= 3,277 - j2,294 - (0,349 + j3,985) = 2,928 - j6,279 \\ &= 6,928\angle -65^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_B &= I_{BC} - I_{AB} = 4\angle -155^\circ - 4\angle -35^\circ \\ &= -3,625 - j1,690 - (3,277 - j2,294) = -6,902 + j0,604 \\ &= 6,928\angle +175^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_C &= I_{CA} - I_{BC} = 4\angle -275^\circ - 4\angle -155^\circ \\ &= 0,349 + j3,985 - (-3,625 - j1,690) = 3,974 + j5,675 \\ &= 6,928\angle +55^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

## 1.7.4 Potência em sistemas trifásicos

Como estudado anteriormente, a potência ativa dissipada em uma carga monofásica é definida como:

$$P_{\text{ATIVA}} = V_F \cdot I_F \cdot \cos \varphi \quad (1.23)$$

em que:

$V_F$  = módulo da tensão entre fase e neutro;

$I_F$  = módulo da corrente por fase (na carga);

$\varphi$  = ângulo de defasagem entre a tensão e a corrente.

### Sistema estrela (Y)

Em um sistema trifásico, com gerador e carga ligados em estrela (com neutro), podemos considerar a carga trifásica como três cargas monofásicas balanceadas (iguais em módulo e defasadas pelo mesmo ângulo duas a duas). Quando se trata de potência, há uma relação direta entre potência dissipada e energia consumida pela carga. Desse modo, como as potências ativas em cada fase são iguais, então a potência ativa total é a soma das potências ativas nas fases, ou seja, se a carga monofásica consome uma potência, a carga trifásica consumirá três vezes o valor da potência da carga monofásica:

$$P_{\text{ATIVA}} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \varphi \quad (1.27) \text{ para a carga trifásica em estrela.}$$

Lembrando ainda que, para a ligação em estrela:

$$I_F = I_L \quad \text{e} \quad V_F = \frac{V_L}{\sqrt{3}} \quad (1.28)$$

em que  $V_L$  = módulo da tensão entre fases.

Podemos escrever a equação (1.28) da potência consumida de outra forma:

$$P_{\text{ATIVA}} = 3 \cdot \frac{V_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos \varphi \quad (1.29)$$

ou seja:

$$P_{\text{ATIVA}} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi \quad (1.30) \text{ para a carga trifásica em estrela.}$$

### Sistema delta ou triângulo ( $\Delta$ )

Como foi visto, para a carga trifásica, a potência ativa é calculada pela equação:

$$P_{\text{ATIVA}} = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cdot \cos \varphi \quad (1.27)$$



Para os terminais do gerador e da carga, estão ligados em triângulo:

$$V_F = V_L \text{ e } I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}} \quad (1.31)$$

Substituindo, temos:

$$P_{\text{ATIVA}} = 3 \cdot V_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi, \text{ ou seja:}$$

$$P_{\text{ATIVA}} = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi \quad (1.30) \text{ para a carga trifásica em triângulo.}$$

Portanto, chega-se à conclusão de que a equação é a mesma para os dois casos (carga em estrela e em triângulo), porém é importante lembrar que os valores calculados são diferentes nos dois casos.

Caso as cargas estejam desbalanceadas, a potência total dissipada também é calculada pela soma das potências dissipadas em cada carga.

### Medida de potência em circuitos trifásicos

Assim como nos sistemas monofásicos, no sistema trifásico o aparelho usado para a medida de potência é o wattímetro. O método específico para essa medida é descrito a seguir.

#### Método dos três wattímetros

A figura 1.64 demonstra um método para a medida instantânea de potência em uma carga trifásica. Tanto para a carga em estrela como para a carga em triângulo são usados três wattímetros e o mesmo conceito citado: a potência total consumida é a soma das potências consumidas em cada carga. Desse modo, não importa se as cargas estão balanceadas ou não.

**Figura 1.64**  
Medida de potência  
em carga trifásica.

