A unidade de medida da potência é o watt (W), termo adotado em homenagem ao cientista escocês **James Watt**. De acordo com a equação 1.5, a potência também pode ser expressa em joule por segundo (J/s).

James Watt (1736-1819), matemático e engenheiro escocês, destacou-se pela construção de máquinas térmicas a vapor e pesquisas sobre o rendimento de motores, que deram grande impulso à mecanização no período da Revolução Industrial.

Para medir a potência, usa-se o wattímetro (figura 1.15), instrumento que mede simultaneamente a corrente e a tensão no gerador ou na carga. Para tanto, o dispositivo tem dois pares de terminais – um para medir a corrente (portanto, deve ficar em série com o circuito, para que seja atravessado por ela) e outro para medir a tensão –, que são conectados aos terminais da fonte ou da carga.

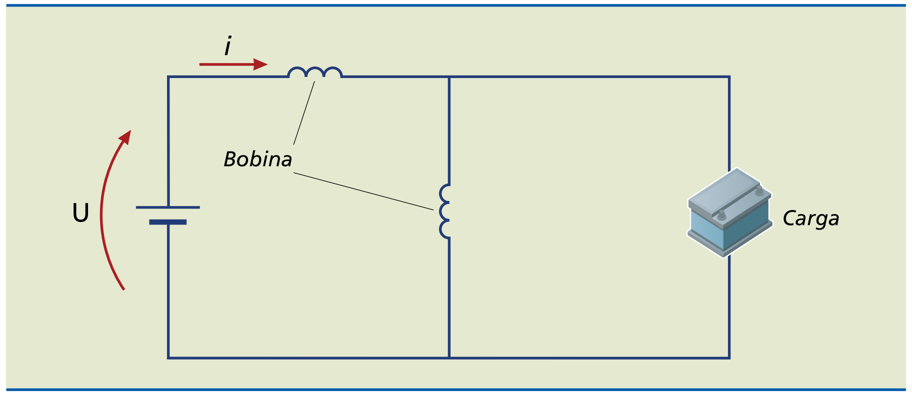


Figura 1.15
Wattímetro conectado ao circuito.

1.11 Energia elétrica (ε)

Rearranjando os termos da expressão 1.5, podemos obter a energia elétrica:

$$\varepsilon = P \cdot \Delta t \quad (1.7)$$

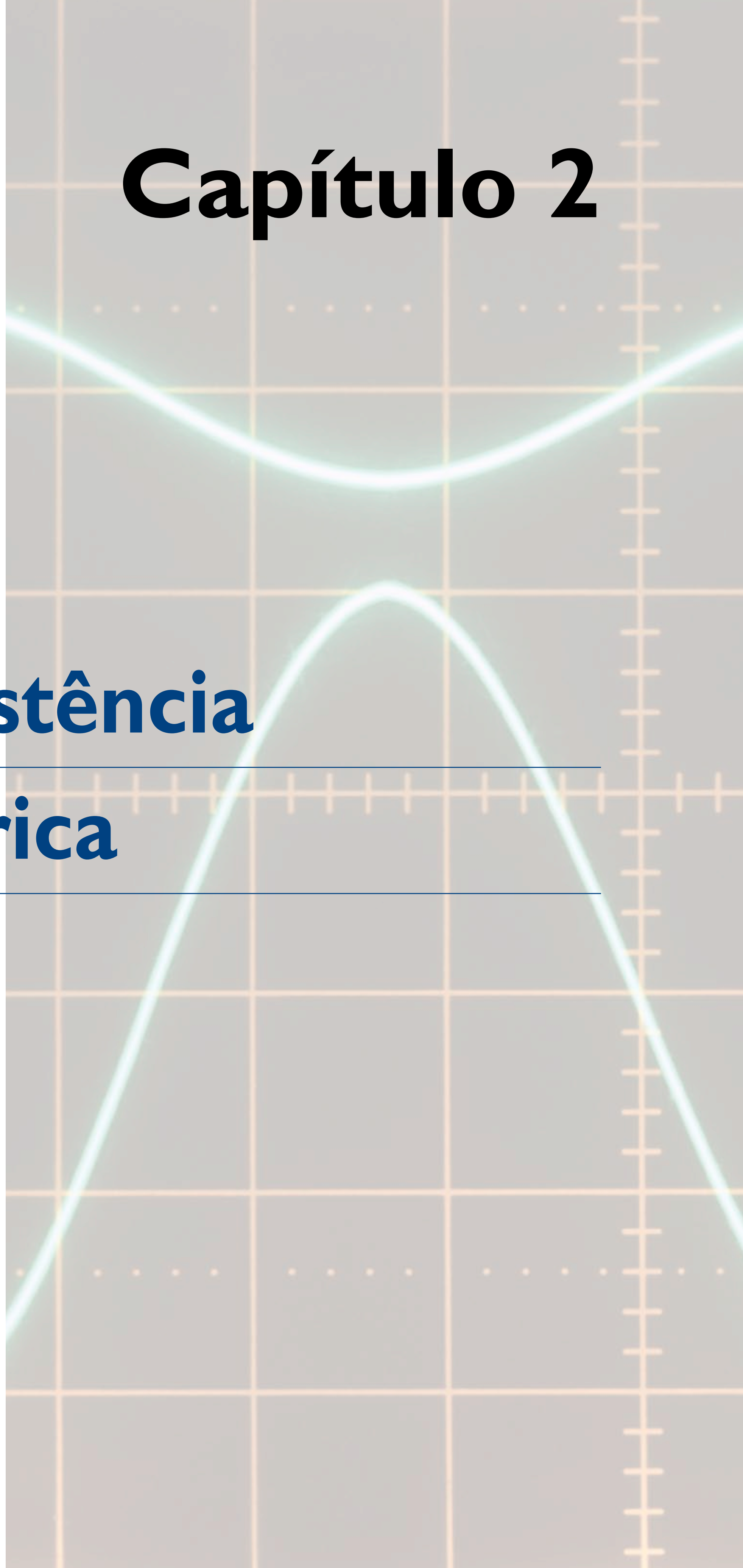
Sua unidade de medida é o watt-segundo (W · s) ou o joule (J).

O instrumento que mede a energia elétrica consumida é o medidor de consumo (figura 1.16), mais conhecido como "relógio", instalado na entrada de residências, lojas, indústrias etc. Como o período de medição utilizado é geralmente mensal, para diminuir o valor numérico da grandeza medida, usa-se um múltiplo, o quilowatt-hora (kWh), que corresponde a $3{,}6 \cdot 10^6$ J.

$$1 \text{ kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

LE DO/SHUTTERSTOCK

Figura 1.16
Medidor de luz residencial.



Capítulo 2

Resistência elétrica

Quando se estabelece uma tensão entre os terminais de um condutor, o campo elétrico gerado pela tensão provoca o movimento ordenado dos elétrons livres, ou seja, uma corrente elétrica. Esses elétrons, em seu deslocamento, chocam-se com os átomos do condutor, resultando na produção de calor (figura 2.1). Os átomos de alguns condutores oferecem maior resistência à passagem da corrente que outros e, nesse caso, produz-se mais calor. Tal propriedade física dos condutores é chamada de resistência elétrica.

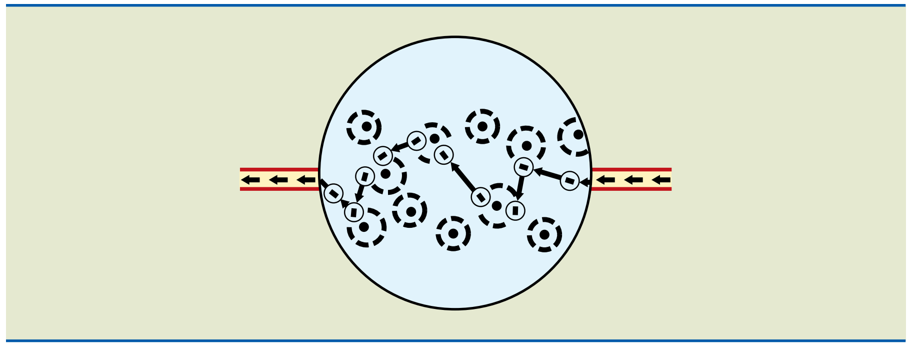


Figura 2.1
Elétrons livres em movimento chocam-se com os átomos do condutor, produzindo calor.

Em outras palavras, parte da energia fornecida ao fio é transformada em energia elétrica (energia de movimento dos elétrons) e parte, em energia térmica. Essa conversão em calor é conhecida como efeito Joule. Quanto mais alto o valor da resistência elétrica do condutor, maior a oposição à passagem da corrente e maior a quantidade de calor dissipado.

2.1 Resistores

A resistência elétrica depende do material, das dimensões do condutor e da temperatura (agitação térmica). Sua unidade de medida no SI é o **ohm**, de símbolo Ω.

Essa unidade foi adotada em homenagem ao cientista alemão George Simon Ohm, que formulou a lei relacionando tensão, resistência e corrente elétrica em um elemento de circuito.

Em muitos casos práticos, deseja-se que o valor da resistência seja o menor possível, para reduzir a dissipação de energia – por exemplo, nos condutores empregados em redes elétricas, transformadores e motores.

Em outras aplicações, como nos circuitos eletrônicos, deseja-se limitar a corrente em um valor estipulado. Nesse caso, utiliza-se um componente especialmente destinado a esse fim, o resistor. Trata-se de um elemento físico cuja característica principal é a resistência elétrica.

Os resistores podem ser construídos com fio, filme de carbono, filme metálico etc. A figura 2.2 ilustra alguns tipos de resistores disponíveis comercialmente.

Figura 2.2
Diversos tipos de resistor.

Em outros casos, deseja-se transformar energia elétrica em térmica, como no chuveiro, no forno elétrico e no secador de cabelos. Esses elementos também são denominados resistores, mas comercialmente costumam ser chamados de elementos de aquecimento ou de "resistências". É comum dizermos que a resistência do chuveiro "queimou", o que pode causar certa confusão, pois a resistência é uma propriedade, e não um dispositivo.

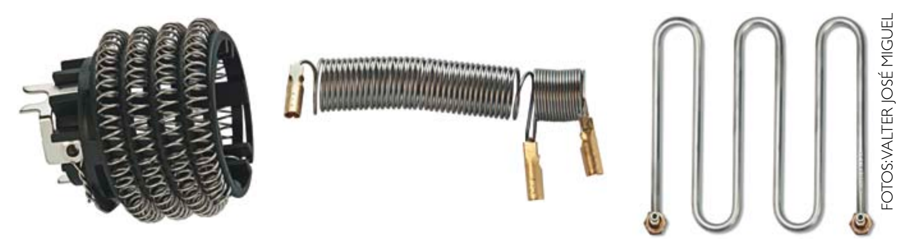


Figura 2.3
Elementos para chuveiro
Elemento para estufa
Resistores para aquecimento.

Outra importante característica de um resistor é a potência máxima dissipada. Resistores de carbono e filme metálico são encontrados na faixa de 0,1 a 1 W; resistores de fio estão na faixa de 5 a 100 W; e resistores de aquecimento para uso residencial se situam entre 1 e 5 kW.

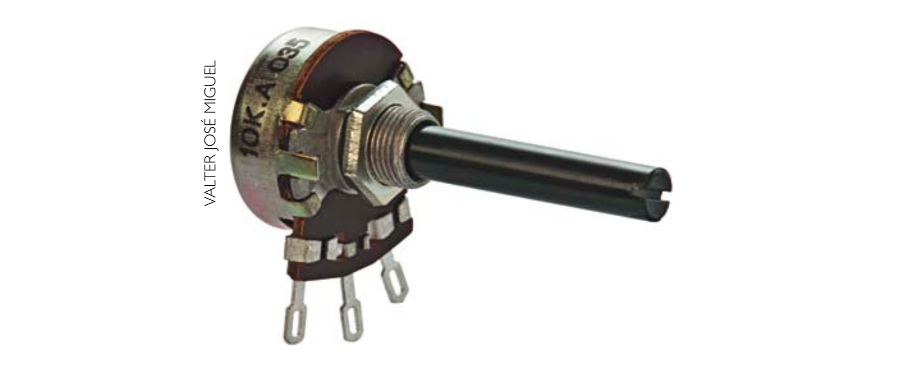


Figura 2.4
Potenciômetro (resistor variável).

O termo *trimpot* vem da junção das palavras inglesas *trimmer* e *potenciometer*.

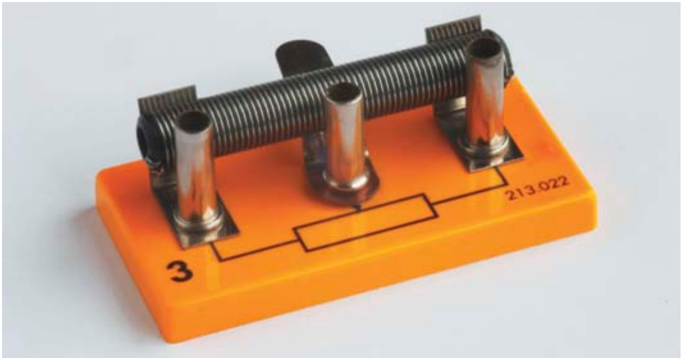
Algumas aplicações exigem que o valor da resistência do resistor seja variado. Em aplicações eletrônicas de baixa potência, elementos que permitem tal variação são encontrados na forma de potenciômetros como o da figura 2.4, usado para o controle de volume em sistemas de som antigos, em que o operador tinha acesso a seu eixo.

Há também os ***trimpots*** (figura 2.5), utilizados para ajustes no circuito eletrônico, não acessíveis ao operador.


FOTOS: VALTER JOSÉ MIGUEL

Figura 2.5
Diversos tipos de *trimpot* (resistor variável).

Outro dispositivo que possibilita a variação da resistência é o reostato (figura 2.6), de elevada potência.



WIKIPEDIA.ORG

Figura 2.6
Tipo de reostato.

2.1.1 Simbologia

Em qualquer um dos casos descritos, o resistor é representado em um circuito por um dos símbolos gráficos mostrados na figura 2.7.

Figura 2.7
Representação gráfica de uma resistência fixa.

Os potenciômetros e os *trimpots* são dispositivos de três terminais, dois para o resistor e um para o cursor, e são representados graficamente como ilustrado na figura 2.8.

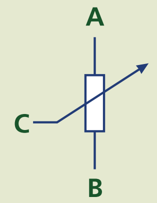


Figura 2.8
Representação gráfica de potenciômetros e *trimpots*.

2.1.2 Código de cores dos resistores

Os resistores com maiores dimensões têm a indicação da resistência e da potência no próprio corpo (resistores de fio). Outros, de menor potência, utilizam apenas um código de cores para indicar seu valor. O código de cores consiste em quatro ou cinco anéis coloridos impressos no corpo do resistor (figura 2.9).

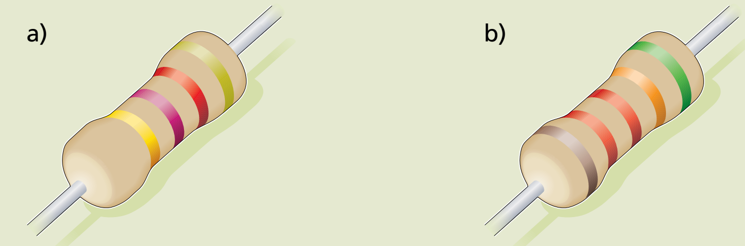


Figura 2.9
Código de cores para resistores: sistemas de (a) quatro anéis e (b) cinco anéis.

A tabela 2.1 apresenta o valor e a tolerância dos anéis segundo a cor.

Tabela 2.1
Código de cores de anéis

Cores	Valor (1º ao 3º anel)	Tolerância (4º ou 5º anel)
Preto	0 (menos 1º anel)	
Marrom	1	1%
Vermelho	2	2%
Laranja	3	
Amarelo	4	
Verde	5	0,5% (apenas 5º anel)
Azul	6	
Roxo/lilás/violeta	7	
Cinza	8	
Branco	9	
Ouro	–1 (apenas 3º anel)	5%
Prata	–2 (apenas 3º anel)	10% (não mais fabricado)

No sistema de quatro anéis, a leitura é dada pela fórmula:

$$\text{Leitura} = (AB \cdot 10^{C} \pm D)\ \Omega \quad (2.1)$$

em que:

- A é o primeiro anel = primeiro algarismo;
- B o segundo anel = segundo algarismo;
- C o terceiro anel = algarismo multiplicador = número de zeros;
- D quarto anel = tolerância.

Para o resistor da figura 2.9a, consultando a tabela 2.1, temos:

- A: vermelho = 2.
- B: verde = 7.
- C: vermelho = 2.
- D: ouro = 5%.

Pela fórmula 2.1, obtemos:

$$R = 27 \cdot 10^{2}\ \Omega \pm 5\% = 2\ 700\ \Omega \pm 5\% = 2{,}7\ k\Omega \pm 5\%$$

Na prática, o valor 2,7 kΩ também é grafado como 2k7 Ω.

Nesse caso, há uma resistência nominal de 2,7 kΩ e tolerância de 5%. Cinco por cento de $2{,}7\ k\Omega$ é $2{,}700 \cdot 5/100 = 0{,}135\ k\Omega$. Isso indica que o valor real do resistor deverá estar na faixa compreendida entre $R_{mín} = 2{,}700 - 0{,}135 = 2{,}565\ k\Omega$ e $R_{máx} = 2{,}7 + 0{,}135 = 2{,}835\ k\Omega$.

Os dispositivos com tolerância menor ou igual a 1% são denominados resistores de precisão. Eles possuem cinco faixas, mostradas na figura 2.9b. Nesse caso, três algarismos significativos (ABC) são utilizados. Para o sistema de cinco anéis, a leitura é dada pela fórmula:

$$\text{Leitura} = (ABC \times 10^{D} \pm E)\ \Omega \quad (2.2)$$

em que:

- A é o primeiro anel = primeiro algarismo;
- B o segundo anel = segundo algarismo;
- C o terceiro anel = terceiro algarismo;
- D o quarto anel = algarismo multiplicador = número de zeros;
- E o quinto anel = tolerância.

Para o resistor da figura 2.9b, consultando o código de cores, obtemos:

- A: laranja = 3.
- B: laranja = 3.
- C: branco = 9.

- D: preto = 0.
- E: marrom = 1%.

Nesse caso, a resistência do resistor é:

$$R = 339 \cdot 10^{0}\ \Omega \pm 1\% = 339\ k\Omega \pm 0{,}5\%$$

2.1.3 Medição da resistência

O instrumento que mede a resistência elétrica de um dispositivo ou circuito é o ohmímetro. O aparelho deve ser conectado em paralelo à resistência a ser medida, conforme ilustrado na figura 2.10. O componente sob medição não poderá em hipótese alguma estar energizado, a fim de evitar danos ao instrumento. Note que nessa figura a fonte está desconectada do resistor.

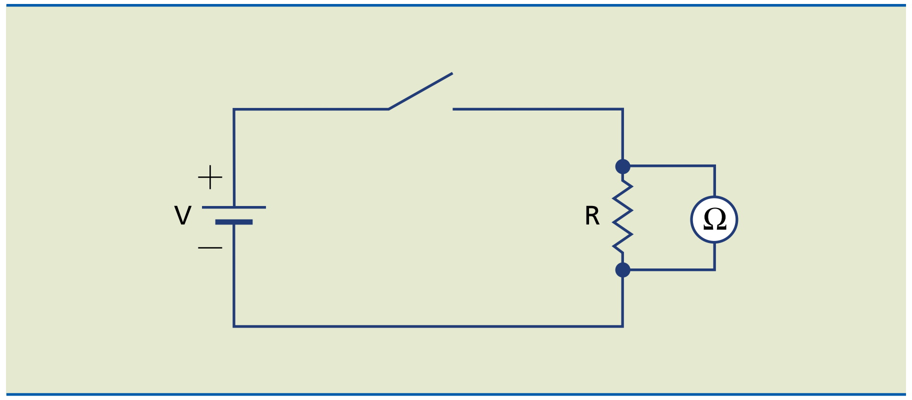


Figura 2.10
Ligação do ohmímetro ao resistor sob medição.

Mesmo com o circuito desenergizado, deve-se tomar o cuidado de verificar se não existem outros componentes conectados ao resistor sob medição. No caso da figura 2.11, o ohmímetro está indicando a leitura das duas resistências em paralelo e não apenas de R_2, à qual está conectado.

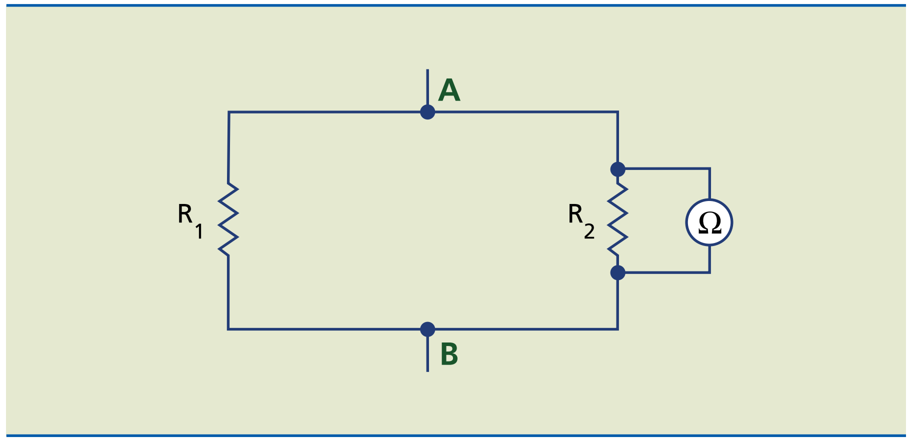
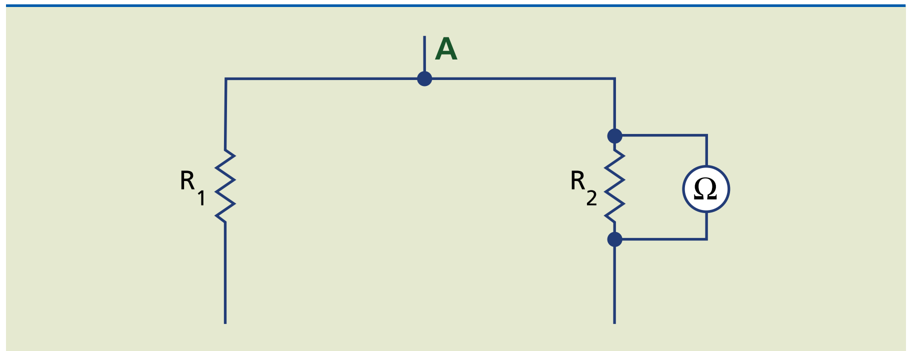


Figura 2.11
Exemplo de erro de leitura: outros componentes estão conectados a R_2.

Caso se queira medir apenas R_2, ela deverá ser desconectada das demais, como ilustrado na figura 2.12.

Figura 2.12
Medição da resistência R_2.



2.2 Lei de Ohm

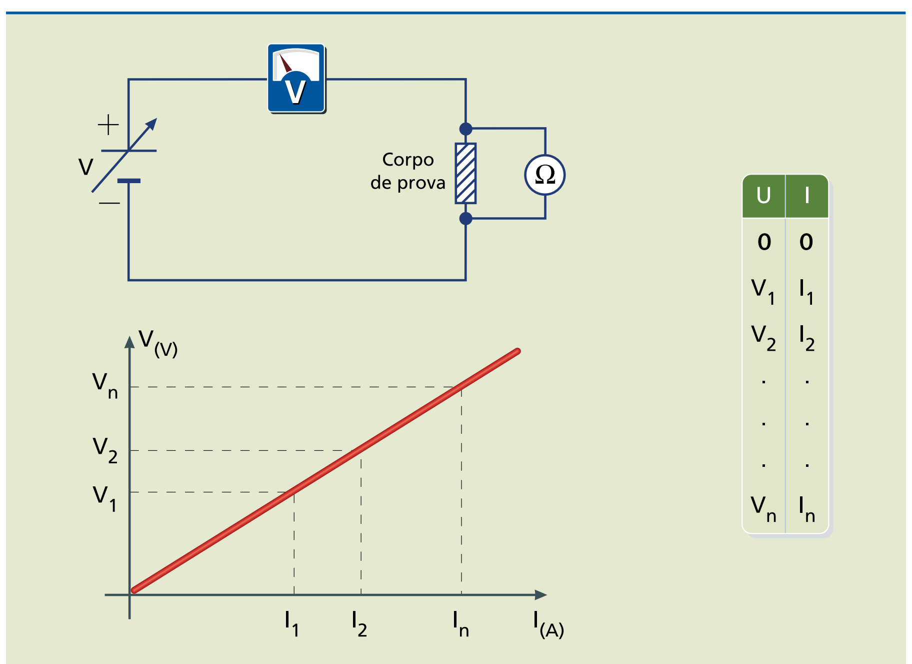
Em 1826, o físico alemão Georg Simon Ohm realizou vários experimentos para verificar a relação entre tensão, corrente e resistência elétrica em resistores.

Em uma das experiências, indicada na figura 2.13, ele variou a tensão V aplicada a um condutor e anotou a corrente I que circulava. Traçando o gráfico V · I, notou que, para alguns materiais, o resultado era uma reta. Nesse caso, o ângulo α entre a reta e o eixo horizontal é constante e, portanto, vale o mesmo para seu coeficiente angular $\tau\gamma\alpha$ (equação 2.3).

$$tg\alpha = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_3}{I_3} = \ldots = cte = R \quad (2.3)$$

Ao quociente entre tensão e corrente, que é constante para cada valor de tensão, denomina-se resistência ôhmica.

Figura 2.13
Circuito sob tensão variável. A tabela indica os diferentes valores da corrente à medida que a tensão varia. O gráfico mostra que a razão entre os valores da tensão e da corrente é constante. Essa constante é a resistência ôhmica do corpo de prova.



Pode-se, assim, enunciar a lei de Ohm como:

"A corrente que flui por um resistor é proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional ao valor de sua resistência".

$$I = \frac{U}{R} \quad (2.4)$$

Voltando à analogia com o sistema hidráulico: sabe-se que, quanto maior a diferença de pressão entre as extremidades de um tubo com água, maior a vazão. No caso da eletricidade, quanto maior a tensão entre os terminais de um condutor, maior a corrente que o atravessa.

Exemplo

Qual a resistência elétrica de um resistor que, quando submetido a uma tensão de 9 V, é percorrido por uma corrente de 2 mA?

Solução:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{9}{2 \cdot 10^{-3}} = 4{,}50 \cdot 10^{3}\,\Omega = 4{,}50\ k\Omega$$

2.3 Potência dissipada em uma resistência

Um dos efeitos da corrente elétrica ao atravessar uma resistência é a transformação de energia elétrica em calor (efeito Joule). No entanto, esse calor produzido nem sempre é desejável, conforme discutido na seção 2.2.

No caso de um motor elétrico, em que a finalidade é transformar energia elétrica em mecânica, o calor gerado pela passagem de corrente nos condutores representa perda de energia, ou seja, a resistência do fio é indesejável e deve ser minimizada, pois a energia nela dissipada não é transformada em energia mecânica. Já nos aquecedores, deseja-se que toda a energia elétrica se transforme em calor.

Em ambos os casos citados, é preciso calcular a potência dissipada no resistor. Para tanto, substitui-se a equação 2.4 na equação 1.6 e se obtém:

$$P = UI = U\frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} \quad (2.5)$$

Outra possibilidade é substituir a tensão U por U = RI (lei de Ohm), obtendo-se:

$$P = UI = RII = RI^2 \quad (2.6)$$

Exemplos

1. Qual a potência dissipada em um resistor de 10 kΩ, percorrido por uma corrente de 5 mA?

Solução:

$$P = RI^2 = 10 \cdot 10^3 \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2 = 250 \text{ mW}$$

2. Determine a potência dissipada em um resistor de 2k2 Ω, submetido a uma ddp de 12 V.

Solução:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{12^2}{2{,}2 \cdot 10^3} = 65{,}5 \text{ mW}$$

2.4 Resistência em um condutor

A resistência elétrica dos condutores depende dos seguintes parâmetros: comprimento do fio (ℓ), área de sua seção transversal (A), temperatura e material de que é feito (figura 2.14). Ohm estudou a influência deles na resistência com experimentos em que variava um parâmetro de cada vez, mantendo os demais constantes.

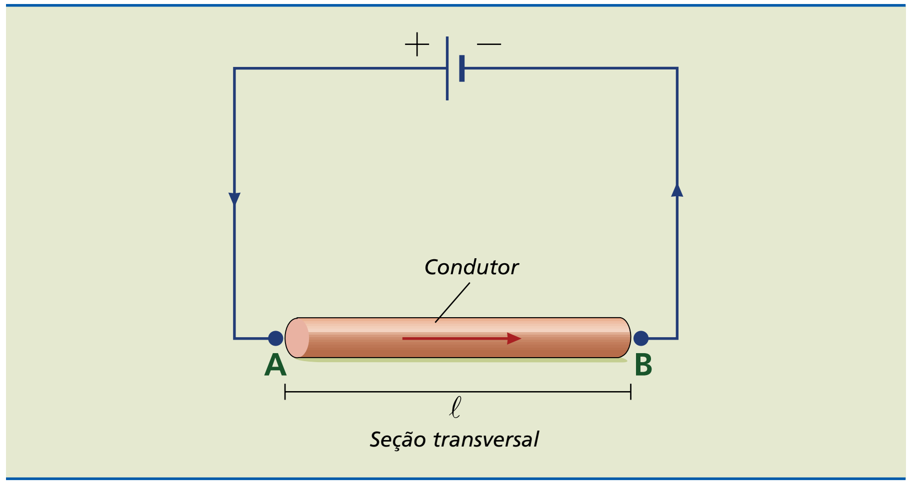


Figura 2.14
Parâmetros que afetam o valor da resistência ôhmica.

2.4.1 Influência do material: resistividade

O cientista alemão analisou vários materiais, medindo a resistência de um condutor de 1 m de comprimento, 1 mm² de seção transversal e temperatura ambiente fixa em torno de 20 °C.

O valor da resistência de um condutor nessas condições, medida para diversos materiais (tabela 2.2), é uma constante denominada resistividade elétrica (símbolo: ρ; leia-se "rô"). A resistividade é uma propriedade de cada material.

A unidade da resistividade é $\Omega m = 10^6\ \Omega \dfrac{mm^2}{m}$.

Tabela 2.2
Valores aproximados da resistividade para diversos materiais

Material	ρ (Ω · m) a 20 °C
Prata	$1{,}6 \cdot 10^{-8}$
Cobre	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$
Ouro	$2{,}3 \cdot 10^{-8}$
Alumínio	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$
Tungstênio	$4{,}9 \cdot 10^{-8}$
Platina	$10{,}8 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$11 \cdot 10^{-8}$
Nicromo	$110 \cdot 10^{-8}$

2.4.2 Influência do comprimento

Variando apenas o comprimento (ℓ), conforme ilustrado na figura 2.15, Ohm concluiu: "A resistência elétrica é diretamente proporcional ao comprimento do condutor".

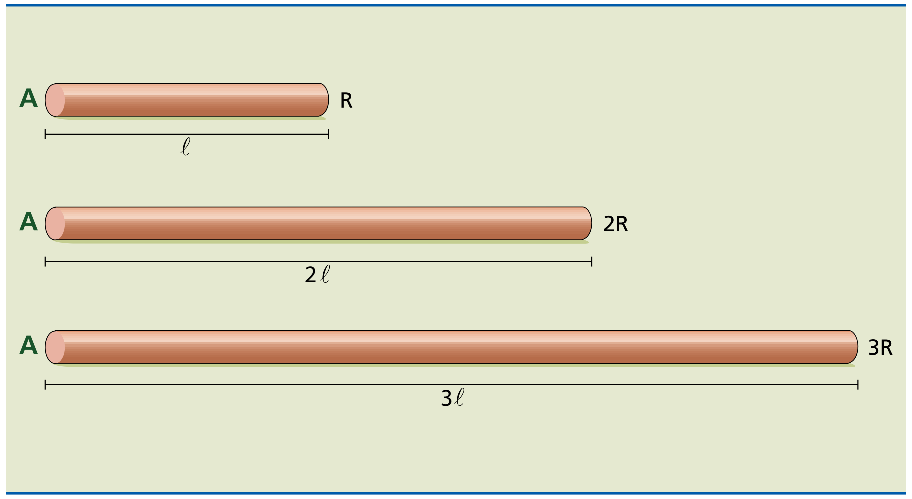
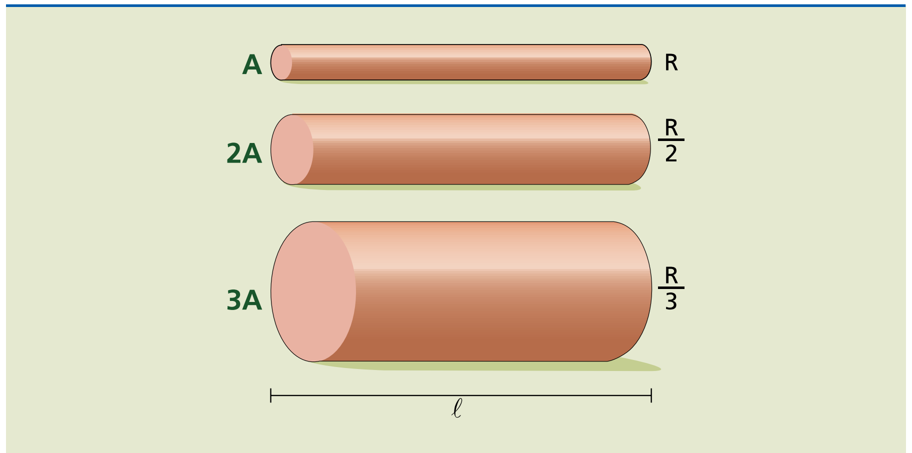


Figura 2.15
Relação de R com o comprimento ℓ.

2.4.3 Influência da área da seção transversal do condutor

Utilizando fios de diâmetros distintos (figura 2.16), Ohm estabeleceu: "A resistência elétrica é inversamente proporcional à área da seção transversal do condutor".

Figura 2.16
Variação da resistência em função da área A da seção transversal do condutor.



Retomando a analogia com um sistema hidráulico: com a água sob a mesma pressão, quanto maior o diâmetro do tubo, menor a oposição à passagem do líquido. No caso elétrico, quanto maior a área do condutor, menor a oposição à passagem da corrente.

2.4.4 Cálculo da resistência

De tudo isso se conclui: "A resistência elétrica de um condutor é diretamente proporcional ao comprimento e à resistividade e inversamente proporcional à área da seção transversal". Portanto:

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (2.7)$$

em que:

- R é a resistência elétrica (em Ω);
- r a resistividade elétrica do material (em Ω · m);
- ℓ o comprimento do condutor (em m);
- A a área da seção transversal do condutor (em m^2).

Exemplo

Determine a resistência de um fio de cobre, na temperatura de 20 °C, com 2,5 mm^2 de seção transversal, para os seguintes valores de comprimento:

a) ℓ_a = 20 cm
b) ℓ_b = 100 m
c) ℓ_c = 5 km

Dado: $\rho_{cu} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m$ (a 20 °C)

Solução:

A partir da equação 2.7, obtém-se:

a) $R_a = \rho \frac{\ell_a}{A} = \frac{(1{,}7 \cdot 10^{-8})(0{,}2)}{2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 1{,}36 \cdot 10^{-3}\,\Omega = 1{,}36\ m\Omega$

b) $R_b = \rho \frac{\ell_b}{A} = \frac{(1{,}7 \cdot 10^{-8})(100)}{2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 0{,}68\ \Omega = 680\ m\Omega$

c) $R_c = \rho \frac{\ell_c}{A} = \frac{(1{,}7 \cdot 10^{-8})(5 \cdot 10^{3})}{2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 34\ \Omega = 34\,000\ m\Omega$

2.4.5 Influência da temperatura sobre a resistência elétrica

Além do tipo de material e de suas dimensões, a resistência elétrica também depende da temperatura, ou seja, da mobilidade das partículas no interior do condutor.

Para a maioria das substâncias, a elevação da temperatura resulta em maior resistência elétrica, pois amplia a mobilidade (agitação térmica) das partículas, gerando colisões entre estas e os elétrons livres em movimento no interior do condutor. Isso ocorre principalmente nos metais.

Em substâncias como o grafite e nos condutores iônicos, ocorre o contrário. O aumento da temperatura implica maior mobilidade das partículas, porém maior número de elétrons livres provêm do rompimento (quebra) nas ligações químicas existentes. Tal efeito prevalece sobre o aumento da mobilidade e resulta em menor resistência com o aumento da temperatura.

Nas soluções, temperaturas mais altas provocam redução na viscosidade e, portanto, maior mobilidade dos íons, favorecendo a condução elétrica, ou seja, aumento da temperatura significa diminuição da resistência elétrica, em uma relação que depende do tipo de solução. Os semicondutores, que serão estudados posteriormente, apresentam comportamento semelhante.

Para condutores metálicos sólidos, o comportamento da resistência com a temperatura é ditado pela equação 2.8.

$$R = R_0\,(1 + \alpha\,\Delta\theta) \quad (2.8)$$

em que:

- R é a resistência elétrica nova na temperatura final θ_f (em Ω);
- R_0 a resistência elétrica na temperatura inicial θ_0 (em Ω);
- $\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$ a variação de temperatura (em °C);
- α o coeficiente de temperatura do material (em °C–1), que representa a variação da resistência elétrica que um condutor com 1 Ω sofre, quando a temperatura varia 1 °C.

A tabela 2.3 apresenta valores de α para metais comumente empregados em equipamentos eletroeletrônicos.

Tabela 2.3
Valores de α para metais

Material	α (°C^{-1})
Platina	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$
Alumínio	$3{,}2 \cdot 10^{-3}$
Cobre	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Prata	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$
Tungstênio	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Ferro	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$
Nicromo	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$

A variação da resistividade com a temperatura recebe equação análoga:

$$\rho = \rho_0\,(1 + \alpha\,\Delta\theta) \quad (2.9)$$

em que:

- ρ é a resistividade do material na temperatura final (θ_f);
- ρ_0 a resistividade do material na temperatura inicial (θ_0).

Exemplos

1. Determine a resistividade de um condutor de alumínio na temperatura de 60 °C, sabendo que na temperatura de 20 °C sua resistividade vale $2{,}18 \cdot 10^{-8}\,\Omega \cdot m$ e seu coeficiente de temperatura vale $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ (°C^{-1}).

Solução:

$$\rho = \rho_0\,(1 + \alpha\,\Delta\theta)$$

$$\rho = 2{,}18 \cdot 10^{-8}\,(1 + (3{,}2 \cdot 10^{-3})\,(60° - 20°)) = 2{,}46 \cdot 10^{-8}\ \text{Wm}$$

2. Um condutor de cobre na temperatura ambiente de 20 °C possui resistência elétrica de 100 Ω. Qual sua resistência quando a temperatura mudar para:

a) $\theta_a = 24$ °C
b) $\theta_b = 12$ °C
c) $\theta_c = 120$ °C
d) $\theta_d = 1\,000$ °C

Dado: $\alpha_{cu} = 3{,}90 \cdot 10^{-3}$ (°C^{-1})

Solução:

a) $R_a = R_0\,(1 + \alpha\,\Delta_{\theta a}) = 100\,(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,(24 - 20)) = 102\ \Omega$

b) $R_b = R_0\,(1 + \alpha\,\Delta_{\theta b}) = 100\,(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,(12 - 20)) = 96{,}6\ \Omega$

c) $R_c = R_0\,(1 + \alpha\,\Delta_{\theta c}) = 100\,(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,(120 - 20)) = 139\ \Omega$

d) $R_d = R_0\,(1 + \alpha\,\Delta_{\theta d}) = 100\,(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\,(1\,000 - 20)) = 482\ \Omega$

Nota: no exemplo 2, podemos observar que a resistência elétrica de condutores metálicos sofre variação significativa somente quando a oscilação da temperatura for muito grande. Por isso, exceto em aplicações específicas, desprezaremos aqui a influência de variações pequenas, considerando-a constante.

2.5 Isolante ideal e supercondutores

Nem o melhor dos isolantes está livre de ser atravessado por corrente elétrica, ou seja, o isolante ideal só existe teoricamente. Por maior que seja a resistência ou resistividade elétrica de uma substância, alguns elétrons sempre podem atravessá-la. Ao se elevar a tensão aplicada no material isolante, aumenta-se o campo elétrico no interior dele, até o ponto em que ocorre uma "avalanche" de cargas elétricas, gerando calor e temperatura suficiente para destruir o material de maneira irreversível.

De outro lado, em temperaturas próximas ao zero absoluto (cerca de –273,15 °C), a resistência dos metais é praticamente nula, fazendo com que eles se comportem como condutores ideais ou supercondutores. As tentativas de descoberta de materiais nos quais o fenômeno ocorre em temperaturas mais elevadas resultaram em um composto de ítrio, cobre, bário e oxigênio. Na temperatura de aproximadamente –38 °C, ele possui características de um supercondutor, ou seja, apresenta resistência nula.

Existem aplicações comerciais para supercondutores, incluindo os magnetos de aparelhos de ressonância magnética e os magnetos dos novos trens-bala levitados (figura 2.17). Estão sendo estudadas aplicações de supercondutores em transformadores e geradores, em linhas de transmissão de energia elétrica, em armazenadores de energia elétrica, em motores para barcos etc.

JOHN LEUNG/SHUTTERSTOCK.COM

DAVID SOUTH/ALAMY/OTHER IMAGES

Figura 2.17
Trem-bala japonês (*Shinkansen*) levitado (Japan Railway), que utiliza magnetos supercondutores.

Supercondutividade

A descoberta do fenômeno da supercondutividade é atribuída ao físico holandês Heike Kamerlingh-Onnes. Ele percebeu, durante experimentos realizados no começo do século XX, que a resistência elétrica do mercúrio desaparecia quando o elemento era resfriado à temperatura de 4,2 K. O mesmo fenômeno acontecia com a resistência de outros metais, mas a temperaturas diferentes. Heike não conseguiu, no entanto, avançar muito nas pesquisas: os custos para resfriar determinados materiais eram tão altos que se tornaram impeditivos na época. Mesmo nos supercondutores de alta temperatura (temperatura crítica acima de 77 K), que utilizam nitrogênio líquido como refrigerante, os custos de refrigeração e isolação térmica são elevados.

2.6 Condutância (G) e condutividade elétricas (σ)

Condutância é a facilidade que um condutor oferece ao fluxo das cargas elétricas (corrente elétrica). É definida pelo inverso da resistência elétrica (equação 2.10).

$$G = \frac{1}{R} \quad (2.10)$$

Sua unidade é o mho (igual a 1/Ω; símbolo: ℧) ou o siemens (S).

De modo análogo, a condutividade é o inverso da resistividade elétrica (equação 2.11) ou, ainda, a condutância elétrica determinada em condições particulares de um condutor, com 1 m de comprimento, 1 mm² de seção transversal, na temperatura de 20 °C.

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (2.11)$$

Sua unidade é o siemens por metro ($\frac{S}{m} = \frac{1}{\Omega m}$).

2.7 Associação de resistores

Na análise de circuitos elétricos, muitas vezes é conveniente representar um trecho complexo, com muitos resistores, por um único resistor cuja resistência equivale à do conjunto. A resistência final dessa associação é comumente denominada resistência total (R_T) ou resistência equivalente (R_{eq}), **vista de** dois pontos do circuito.

A figura 2.18a mostra um circuito com duas resistências R_1 e R_2 entre os **nós** A e B, e a figura 2.18b, uma única resistência R_T (ou R_{eq}), equivalente a R_1 e R_2. Se for aplicado um ohmímetro nos terminais A e B desses circuitos, ambos apresentarão a mesma resistência. Se for aplicada uma tensão U entre os pontos A e B, ambos apresentarão a mesma corrente I.

A expressão "vista de" será aqui empregada para facilitar a visualização do circuito que se quer destacar. Funciona como se olhássemos para o circuito a partir dos pontos considerados.

Nó elétrico é um ponto de ligação no circuito elétrico onde existem três ou mais ramos, ou seja, onde saem/chegam três ou mais correntes.

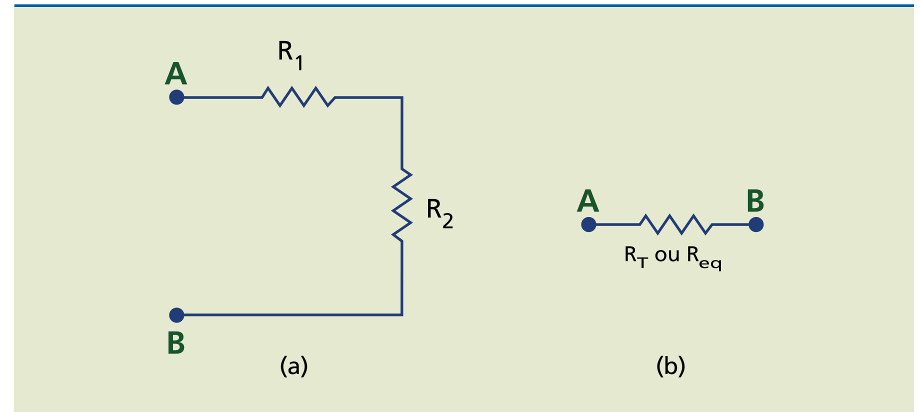


Figura 2.18
(a) Circuito com dois resistores e b) resistor equivalente.

2.7.1 Associação em série

Na associação em série, a mesma corrente passa por todos os resistores de R_1 a R_n. A figura 2.19 ilustra esse tipo de associação e o resistor equivalente.

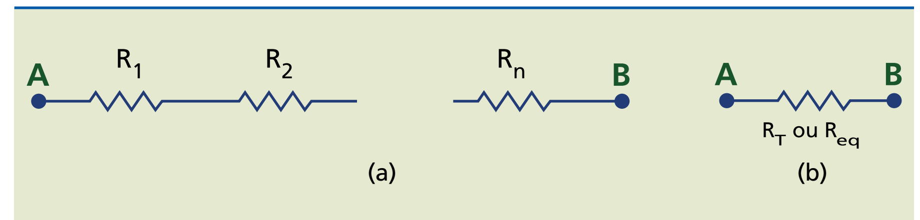


Figura 2.19
(a) Associação em série e (b) resistor equivalente.

Na associação em série, a resistência equivalente é a soma das várias resistências da ligação.

$$R_{eq} = R_T = R_{AB} = R_1 + R_2 + ... + R_n \quad (2.12)$$

Exemplo

Calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B da figura 2.20.

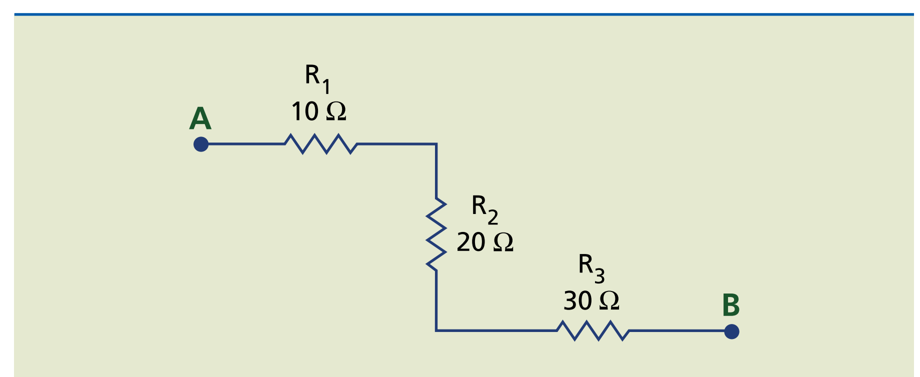


Figura 2.20
Circuito com três resistores em série.

Solução:

Pela equação 2.12, obtém-se:

$$R_{eq} = R_{AB} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60{,}0\ \Omega$$

Nota: nos próximos exemplos de associação de resistores, serão usados os mesmos valores para R_1, R_2 e R_3, a fim de comparar as várias possibilidades de ligações entre elas.

2.7.2 Associação em paralelo

Na associação em paralelo, todos os resistores estão submetidos à mesma tensão, como mostra a figura 2.21, que também apresenta o resistor equivalente.

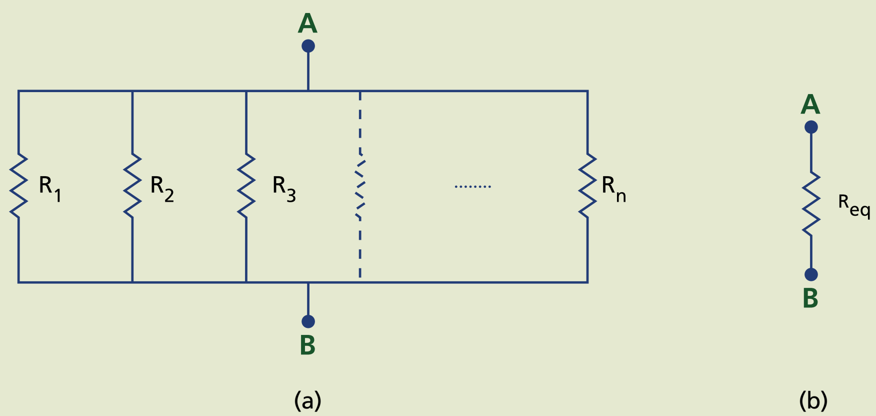


Figura 2.21
(a) Associação em paralelo e (b) resistor equivalente.

Na associação em paralelo, o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das várias resistências da ligação.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N} \quad (2.13)$$

Exemplo

Determine a resistência equivalente entre os pontos A e B do circuito da figura 2.22a.

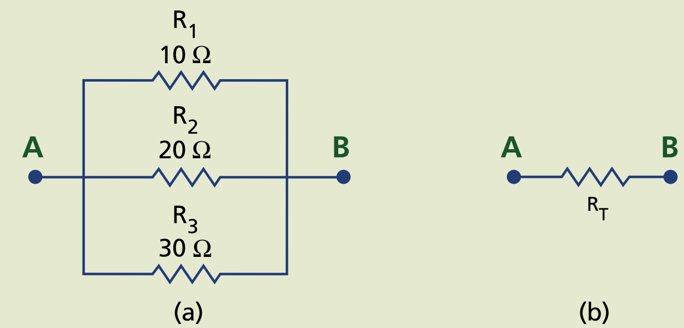


Figura 2.22
(a) Associação em paralelo de dois resistores e (b) resistor equivalente.

Solução:

Pela equação 2.13, obtém-se:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{6+3+2}{60} = \frac{11}{60}$$

Assim:

$$R_{eq} = R_{AB} = \frac{60}{11} = 5{,}45\ \Omega$$

Comparação entre associações

Relacionemos o resultado dos exemplos da seção 2.7. Na associação em série, tudo acontece como se aumentássemos o comprimento da resistência. Portanto, a resistência total **aumenta**. A ligação em paralelo funciona como se aumentássemos a área do condutor. Logo, a resistência dependerá do inverso da área e seu valor **diminui**.

Na associação em série, R_T **é sempre maior do que a maior resistência**:

$$R_T = 60\ \Omega > R_3 = 30\ \Omega$$

Na associação em paralelo, R_T **é sempre menor do que a menor resistência**:

$$R_T = 5{,}45\ \Omega < R_1 = 10\ \Omega$$

Casos particulares de associação em paralelo

- Duas resistências diferentes em paralelo (figura 2.23).

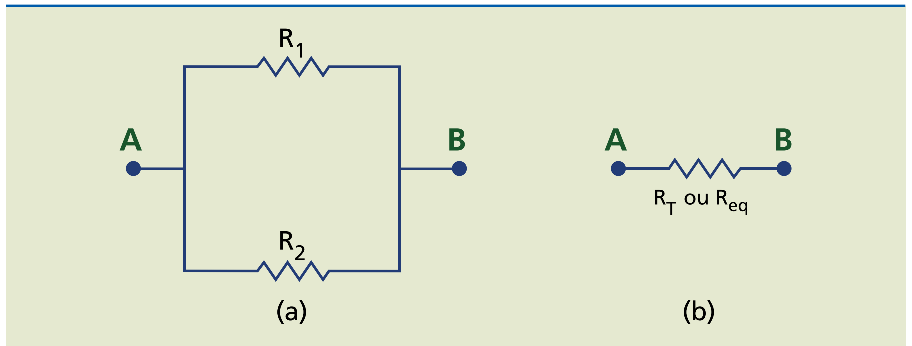


Figura 2.23
(a) Associação em paralelo de dois resistores e (b) resistor equivalente.

Pela equação 2.13, obtém-se:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.14)$$

O exemplo a seguir mostra que essa fórmula para dois resistores pode ser empregada para associações com mais de dois resistores. Nesse caso, associam-se inicialmente dois resistores quaisquer. O resistor equivalente é associado com o terceiro resistor, e assim por diante até o último resistor.

Exemplo

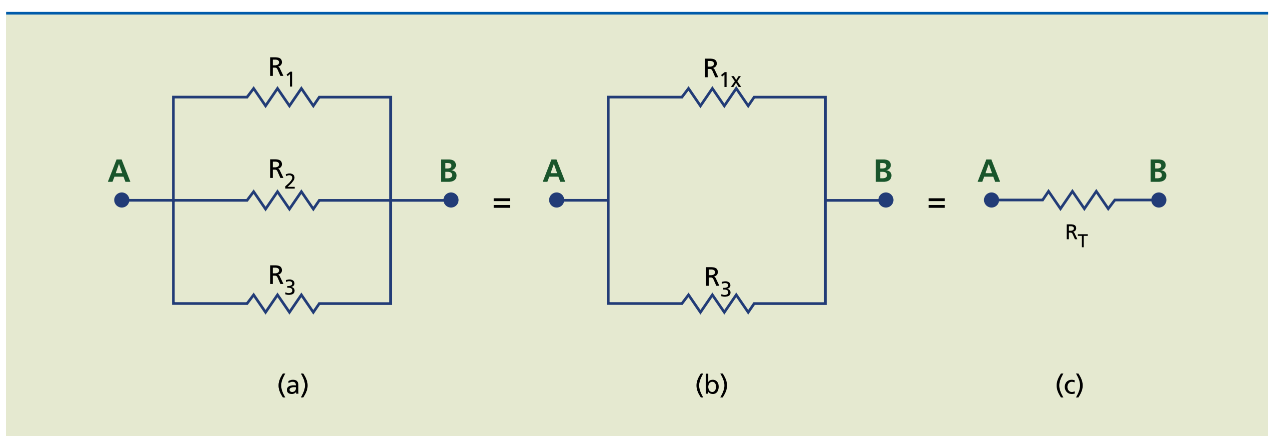
Calcule a resistência equivalente do circuito da figura 2.22a utilizando a estratégia proposta.

Solução:

A figura 2.24a mostra o circuito original. Definindo R_x como a associação em paralelo de R_2 e R_3, obtém-se o subcircuito da figura 2.24b, em que:

$$R_x = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\ \Omega$$

Figura 2.24
(a) Associação de três resistores em paralelo, (b) circuito reduzido e (c) resistência total.



Associam-se R_x e R_1, obtendo-se:

$$R_T = \frac{12 \cdot 10}{12 + 10} = \frac{120}{22} = 5{,}45\ \Omega,$$

que é idêntico ao calculado utilizando a equação 2.13. Essa é uma estratégia de solução bastante utilizada.

- Associação em paralelo de *n* resistores de mesmo valor.

Na figura 2.25a, todos os resistores têm o mesmo valor R_0.

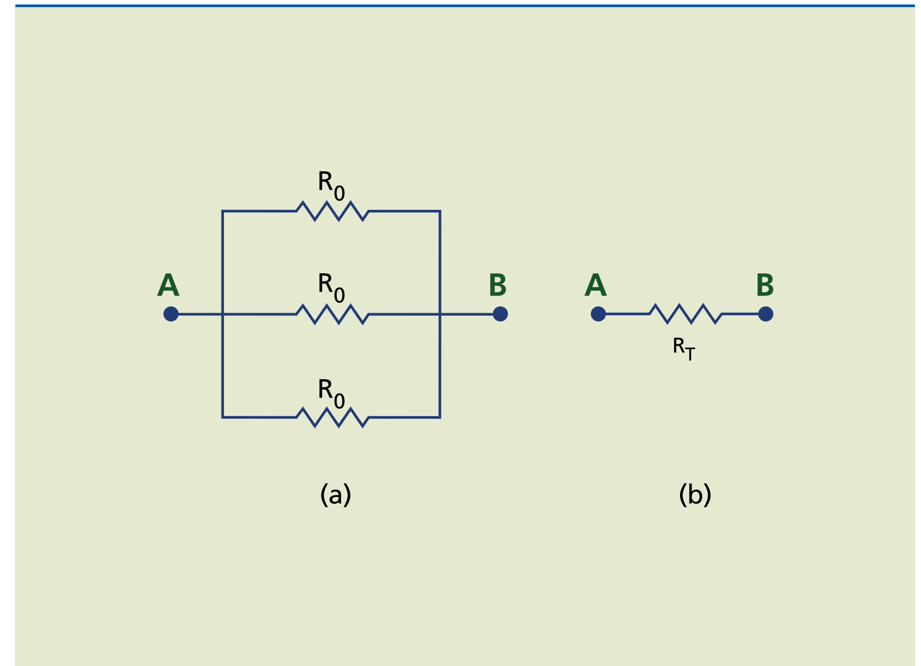


Figura 2.25
(a) Associação em paralelo de *n* resistores iguais e (b) resistor equivalente.

A resistência equivalente pode ser obtida pela equação 2.13, obtendo-se:

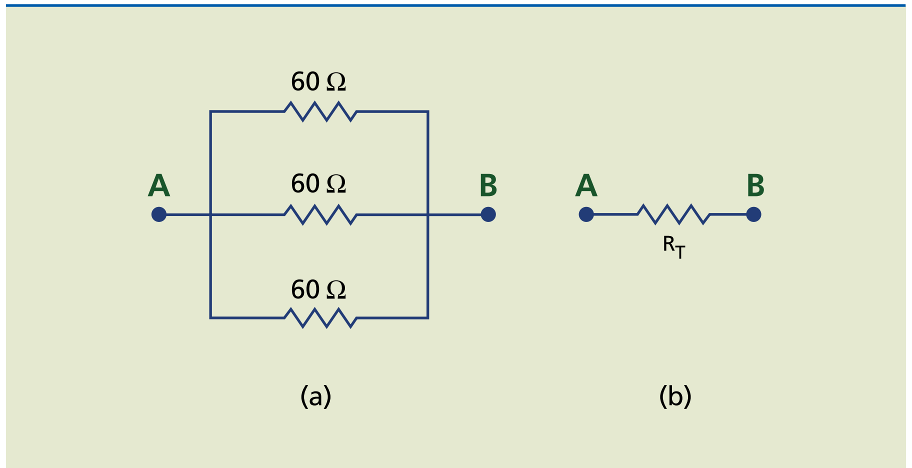
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_0} + \ \ldots\ + \frac{1}{R_0} = \frac{1+1+1+\ldots+1}{R_0} = \frac{n}{R_0} \Rightarrow R_T = \frac{R_0}{n} \quad (2.15)$$

> O resistor equivalente da associação de *n* resistores de valor R_0 é $R_T = \frac{R_0}{n}$.

Exemplo

Calcule a resistência equivalente do circuito da figura 2.26a.

Figura 2.26
(a) Associação em paralelo de três resistores iguais e (b) resistor equivalente.



Solução:

Pela equação 2.15, obtém-se:

$$R_T = \frac{60}{3} = 20\ \Omega$$

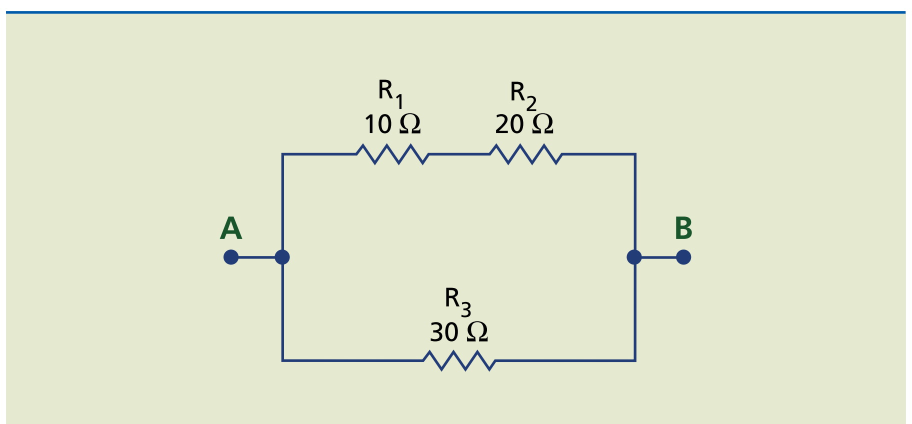
2.7.3 Associação mista

Como o próprio nome diz, é a combinação de duas associações. Não há uma fórmula específica para resolvê-la, mas diversas estratégias empregando as equações anteriores. Os exemplos a seguir mostram possíveis soluções.

Exemplos

1. Calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B da figura 2.27.

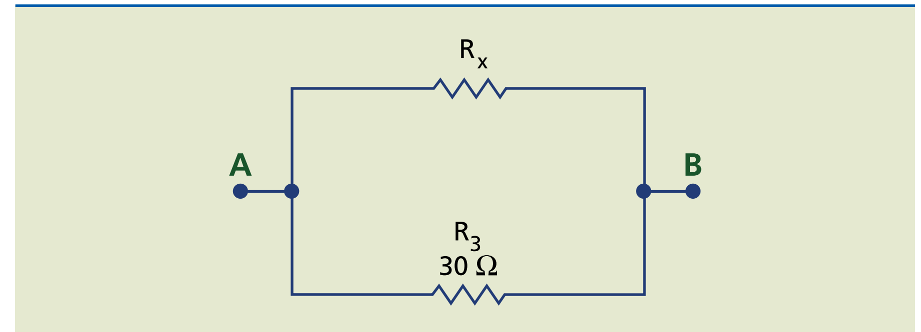
Figura 2.27
Associação mista de resistores.



Solução:

Os resistores R_1 e R_2 estão em série, resultando em $R_x = 10 + 20 = 30\ \Omega$, ilustrado no subcircuito da figura 2.28.

Figura 2.28
Subcircuito parcial: R_x é a resistência equivalente de R_1 e R_2.

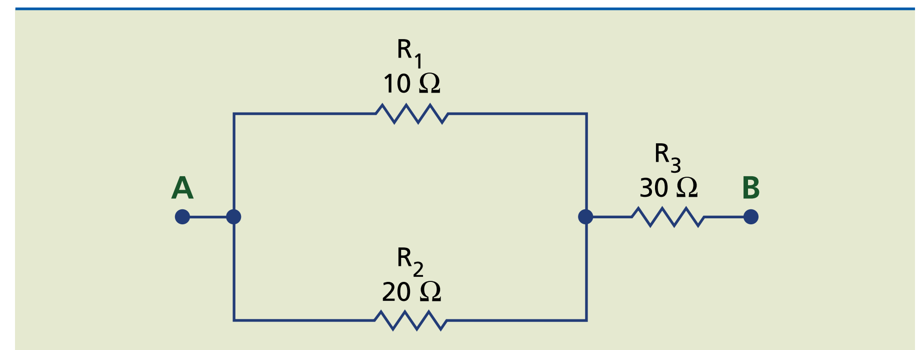


No subcircuito da figura 2.28, nota-se que R_x e R_3 formam uma associação em paralelo de dois resistores, em que $R_x = 10 + 20 = 30\ \Omega$. Daí resulta a resistência equivalente:

$$R_T = \frac{30}{2} = 15\ \Omega$$

2. Calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B da figura 2.29.

Figura 2.29
Associação mista de resistores.



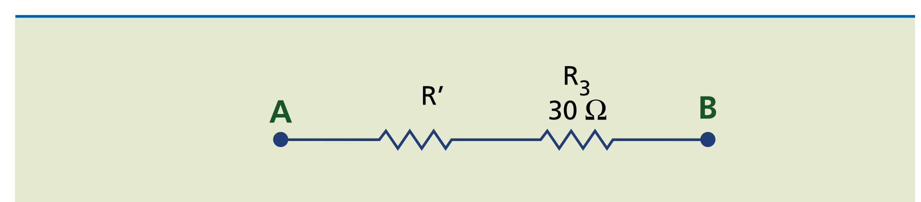
Solução:

R_1 e R_2 estão associados em paralelo, resultando em:

$$R_x = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 20}{10 + 20} = 6{,}67\ \Omega$$

A figura 2.30 mostra a versão simplificada do circuito da figura 2.29, na qual se obtém a resistência equivalente $R_T = 6{,}67 + 30 = 36{,}6\ \Omega$.

Figura 2.30
Subcircuito parcial: R_x é a resistência equivalente de R_1 e R_2.



2.8 Transformações delta-estrela (ΔY) ou estrela-delta (YΔ)

As técnicas estudadas até agora permitem resolver a grande maioria dos casos de associação de resistores. Existem algumas situações, porém, em que a determinação da resistência equivalente não é possível com os recursos conhecidos. É o caso do circuito misto da figura 2.31. Sugere-se que o leitor tente calcular a resistência equivalente entre os pontos A e B, a fim de compreender a dificuldade da situação.

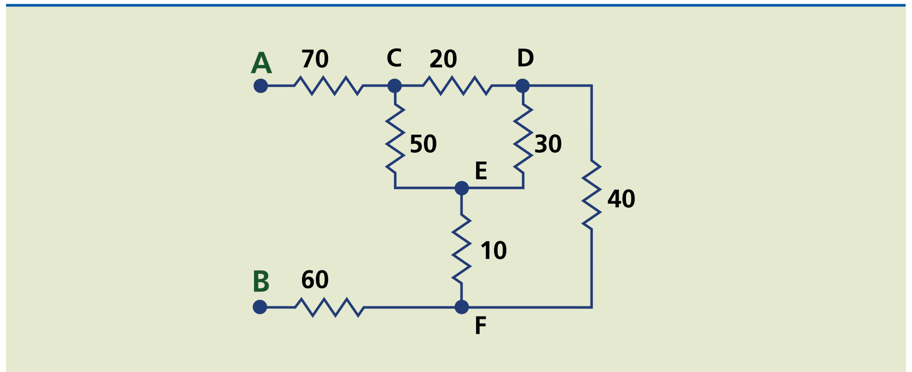


Figura 2.31
Circuito misto.

Nesse circuito, não é possível encontrar nenhum par de resistores associados em série nem em paralelo. Tais casos podem ser resolvidos utilizando as transformações delta-estrela (ΔY) ou estrela-delta (YΔ).

Transformação delta-estrela (ΔY)

São conhecidas as resistências do triângulo (delta) formado pelos resistores R_1, R_2, R_3, com vértices nos nós A, B e C, indicados na figura 2.32a. Na ligação equivalente em estrela, surge um quarto ponto (D, central). Cada resistência na estrela é a ligação desse ponto com o vértice respectivo no triângulo. Serão determinadas as resistências da estrela equivalente, formada pelos resistores R_A, R_B, R_C, mostrados na figura 2.32b, por meio das equações 2.16, 2.17 e 2.18.

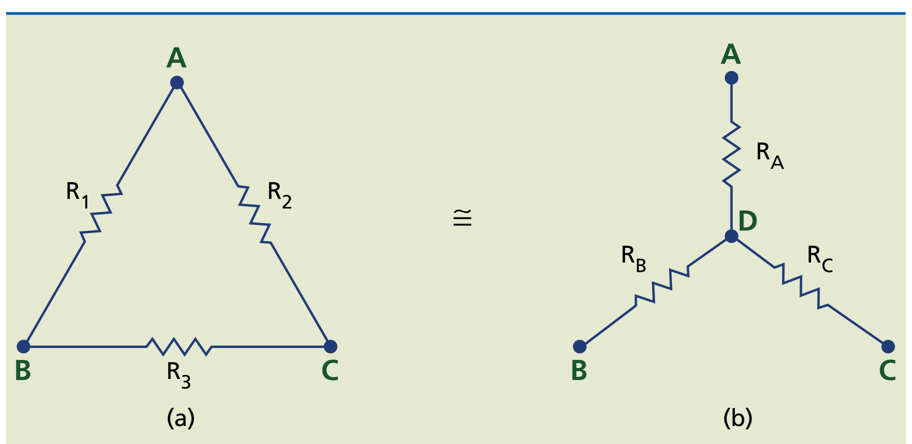


Figura 2.32
(a) Circuito original em Δ (delta) e (b) circuito equivalente em Y (estrela).

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2.16)$$

$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2.17)$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2.18)$$

Exemplo

Determine o circuito em estrela equivalente ao circuito em triângulo da figura 2.33.

Solução:

Aplicando as equações 2.16, 2.17 e 2.18, obtém-se:

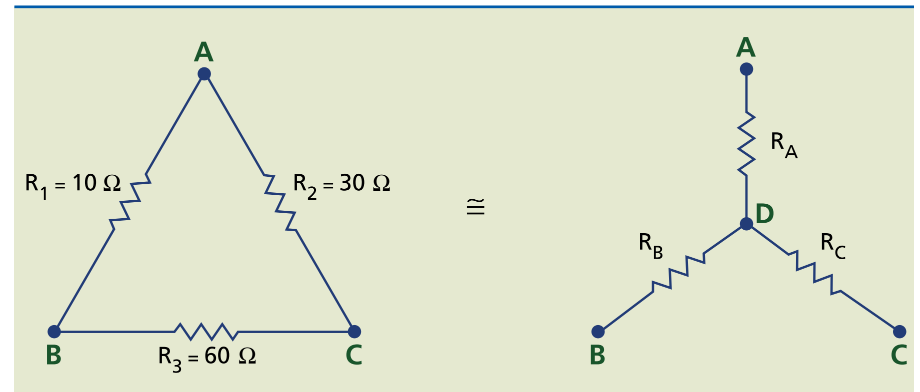


Figura 2.33
Transformação ΔY.

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 30}{10 + 30 + 60} = 3{,}00\ \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 \cdot 60}{10 + 30 + 60} = 6{,}00\ \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 60}{10 + 30 + 60} = 18{,}0\ \Omega$$

Observa-se que os valores das resistências na ligação em estrela são menores que na ligação em triângulo inicial.

Transformação estrela-delta (YΔ)

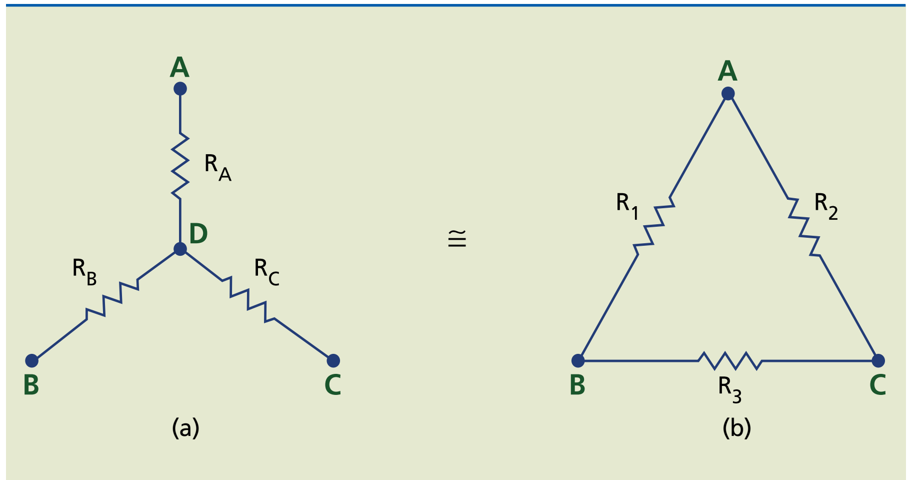
São conhecidas as resistências da estrela formada pelos resistores R_A, R_B, R_C, com vértices nos nós A, B e C, indicados na figura 2.34a. Serão determinadas as resistências do triângulo equivalente, formado pelos resistores R_1, R_2, R_3, mostrados na figura 2.34b, por meio das equações 2.19, 2.20 e 2.21.

$$R_1 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} \quad (2.19)$$

$$R_2 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B} \quad (2.20)$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} \quad (2.21)$$

Figura 2.34
(a) Circuito original em Y (estrela) e (b) circuito equivalente em Δ (delta).



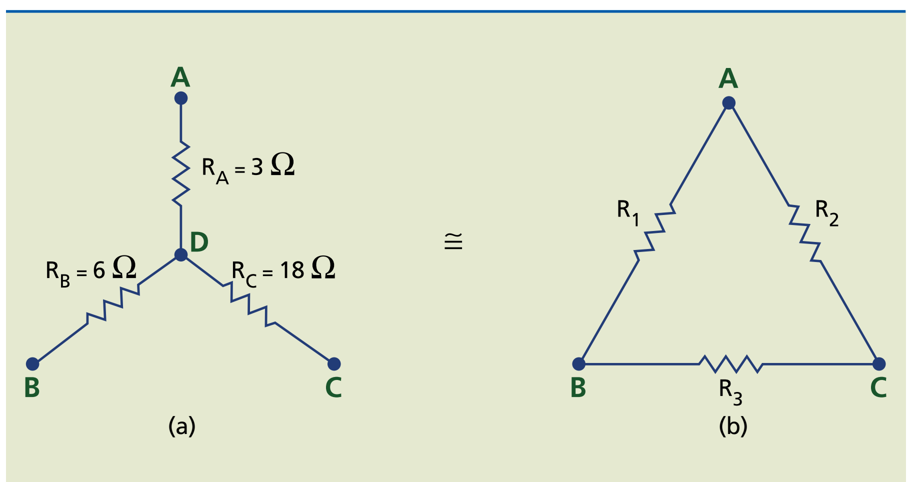
Exemplo

Determine o circuito em triângulo equivalente ao circuito em estrela da figura 2.35.

Solução:

Aplicando as equações 2.19, 2.20 e 2.21, obtém-se:

Figura 2.35
Transformação YΔ.



$$R_1 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} = \frac{3 \cdot 6 + 3 \cdot 18 + 6 \cdot 18}{18} = 10{,}0\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B} = \frac{3 \cdot 6 + 3 \cdot 18 + 6 \cdot 18}{6} = 30{,}0\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} = \frac{3 \cdot 6 + 3 \cdot 18 + 6 \cdot 18}{3} = 60{,}0\ \Omega$$

Nesse exemplo, são usados os valores encontrados na transformação anterior e observadas as mesmas posições. Obtêm-se, assim, os mesmos valores de resistências do circuito original.

Observa-se que os valores na ligação em triângulo são maiores que os da ligação em estrela inicial.

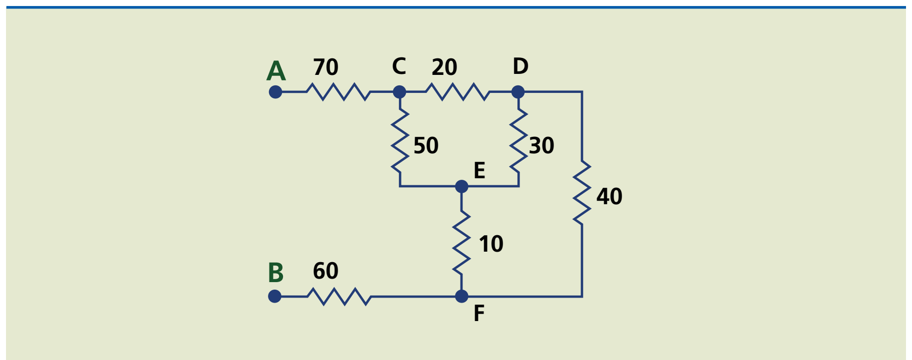
2.8.1 Utilização das transformações ΔY e YΔ na simplificação de circuitos

As transformações ΔY e YΔ serão aplicadas na obtenção da resistência equivalente entre os pontos A e B de dois circuitos.

Exemplos

1. Calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B do circuito da figura 2.36 (idêntico ao da figura 2.31).

Figura 2.36
Circuito misto.



Solução:

No circuito, é possível identificar:

- o triângulo CDE;
- o triângulo DEF;
- a estrela com vértices ADE e centro C;
- a estrela com vértices CDF e centro E;
- a estrela com vértices CEF e centro D;
- a estrela com vértices BDE e centro F.

Existem diversas possibilidades de transformação. Não há escolha errada. Algumas opções, porém, exigem menor número de transformações para chegar ao resultado final, o que diminui a chance de erros.

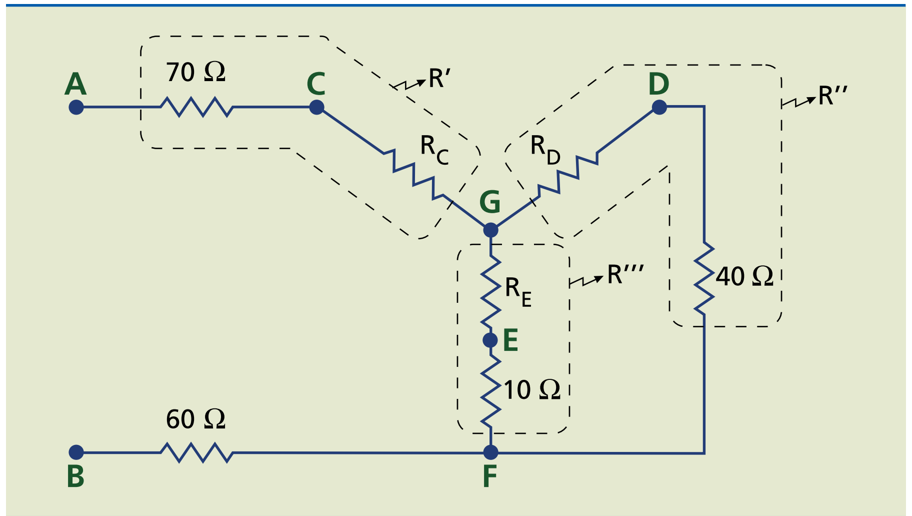
Nesse primeiro contato, certamente o leitor ficará preocupado em descobrir qual será a estratégia ideal para resolver o problema. A melhor sugestão é não se preocupar, definir uma estratégia e seguir em frente. Se a escolha levar a um circuito mais complicado, pode-se voltar e escolher novamente. A prática constante na resolução de circuitos permite adquirir, em pouco tempo, a habilidade de definir o melhor caminho.

São apresentadas a seguir duas estratégias para calcular a resistência equivalente do circuito da figura 2.36.

- **Estratégia 1**

a) Transforma-se o triângulo CDE da figura 2.36 em uma estrela formada pelos resistores R_C, R_D, R_E, resultando no circuito da figura 2.37.

Figura 2.37
Transformação do triângulo CDE na estrela formada por R_C, R_D, R_E.



b) Calculam-se R_C, R_D, R_E empregando as equações 2.16, 2.17 e 2.18.

Memorizando a transformação ΔY

A resistência do resistor da estrela conectado ao vértice C é igual ao produto das resistências dos resistores do triângulo que estão conectados ao nó C dividido pela soma das resistências que compõem o triângulo (figura 2.38).

$$R_C = \frac{\text{produto das resistências do } \Delta \text{ ligadas ao nó C}}{\text{soma das resistências do } \Delta} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2.22)$$

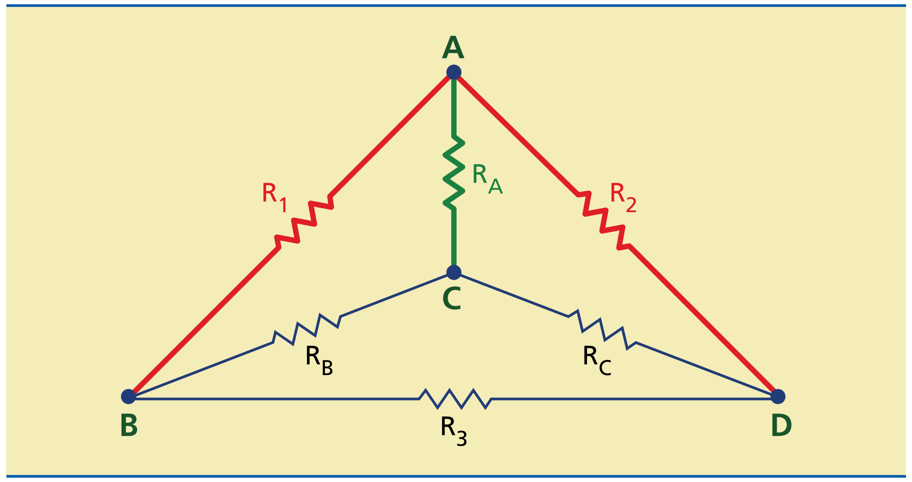


Figura 2.38
Esquema para memorização da transformação ΔY.

Assim:

$$R_C = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 10{,}0\ \Omega$$

$$R_D = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30 + 50} = 6{,}00\ \Omega$$

$$R_E = \frac{30 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 15{,}0\ \Omega$$

c) Nessa transformação, surgem ligações em série identificadas na figura 2.37, que resultam nos resistores $R' = 10 + 70 = 80\ \Omega$, $R'' = 6 + 40 = 46\ \Omega$ e $R''' = 10 + 15 = 25\ \Omega$. Redesenhando o esquema da figura 2.37, obtém-se o da figura 2.39.

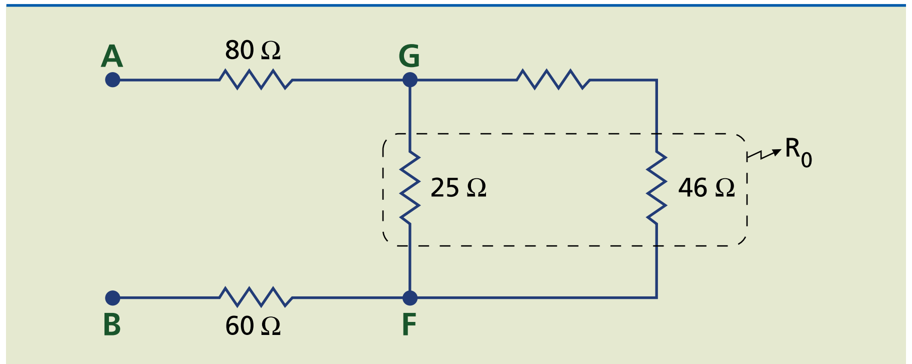


Figura 2.39
Simplificação do circuito da figura 2.37.

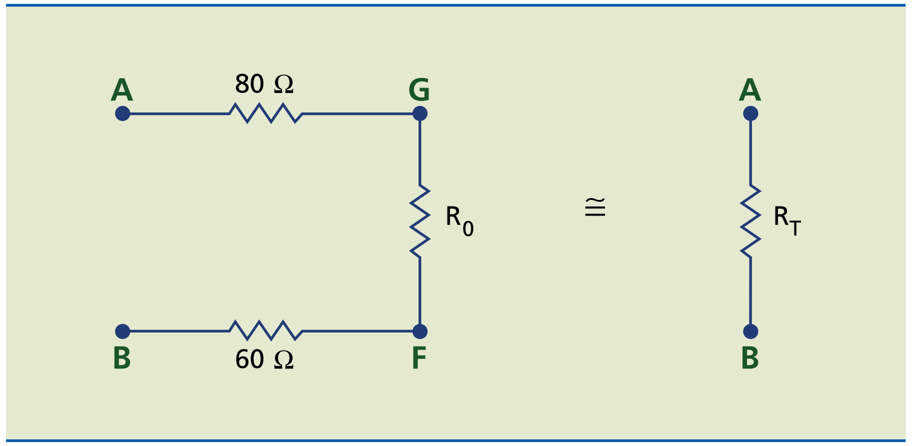
d) Na figura 2.39, identifica-se a associação em paralelo dos resistores de 25 Ω e 46 Ω, resultando no resistor R_0, cuja resistência vale:

$$R_0 = \frac{25 \cdot 46}{25 + 46} = 16{,}2\ \Omega$$

e) Redesenhando a figura 2.39, obtém-se a figura 2.40, que apresenta três resistores em série, resultando na resistência equivalente:

$$R_T = 80 + 16{,}2 + 60 = 156{,}2\ \Omega$$

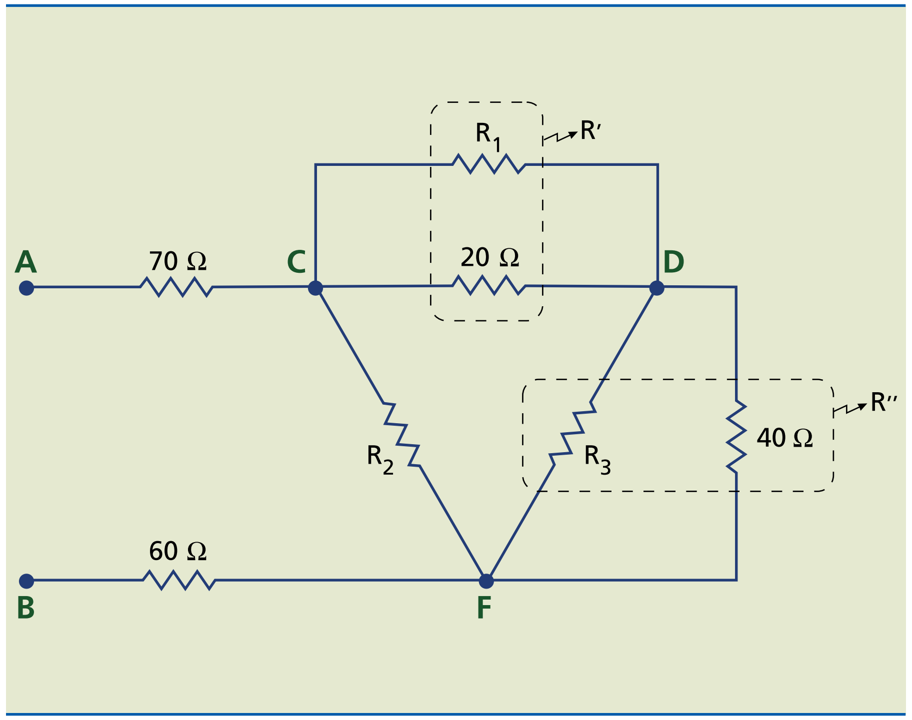
Figura 2.40
Circuito simplificado da figura 2.39.



- **Estratégia 2**

a) Transforma-se a estrela CDF (com centro E) da figura 2.36 em um triângulo com vértices em CDF (figura 2.41).

Figura 2.41
Transformação da estrela CDF (com centro E) no triângulo CDF.



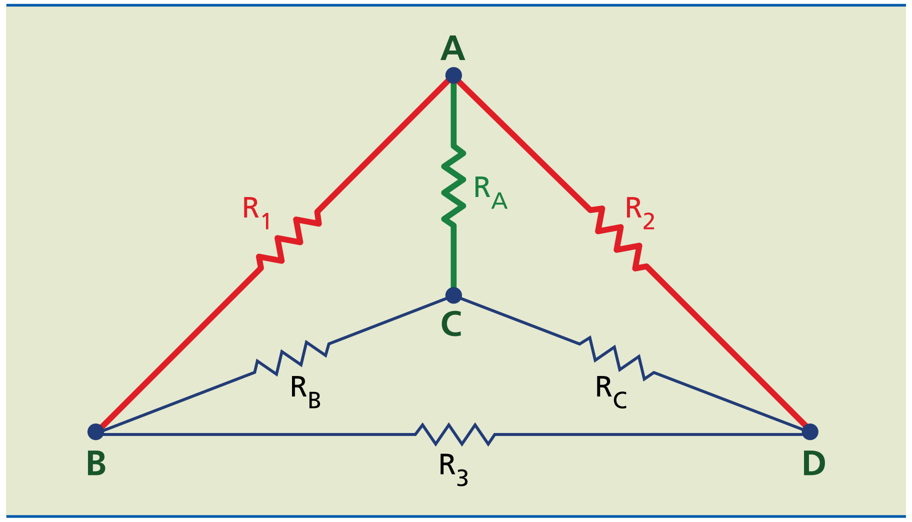
b) As resistências R_C, R_D, R_E do triângulo são calculadas empregando as equações 2.19, 2.20 e 2.21. Apresenta-se no quadro a seguir uma estratégia para a memorização da transformação YΔ.

Memorizando a transformação YΔ

A resistência do resistor R_1 do triângulo, conectado aos nós C e D, é igual à soma dos produtos dois a dois das resistências que compõem a estrela dividido pelo resistor da estrela que não se conecta ao resistor R_1 (figura 2.42).

$$R_1 = \frac{\text{soma dos produtos dois a dois das resistências que compõem a estrela}}{\text{resistor da estrela que não se conecta ao resistor } R_1} = \frac{R_C R_D + R_D R_F + R_C R_F}{R_C} \quad (2.23)$$

Figura 2.42
Esquema para memorização da transformação YΔ.



Obtêm-se, assim:

$$R_1 = \frac{50 \cdot 30 + 50 \cdot 10 + 10 \cdot 30}{10} = 230\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{50 \cdot 30 + 50 \cdot 10 + 10 \cdot 30}{30} = 76{,}7\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{50 \cdot 30 + 50 \cdot 10 + 10 \cdot 30}{50} = 46{,}0\ \Omega$$

c) Voltando à figura 2.41, observa-se que surgiram duas associações em paralelo:

- Entre os nós C e D há a associação entre os resistores de 20 Ω e R_1, resultando no resistor:

$$R' = \frac{230 \cdot 20}{230 + 20} = 18{,}4\ \Omega$$

- Entre os nós D e F há a associação entre os resistores de 40 Ω e R_3, resultando no resistor:

$$R'' = \frac{40 \cdot 46}{40 + 46} = 21{,}4\ \Omega$$

d) Redesenha-se a figura 2.41, obtendo-se o circuito da figura 2.43.

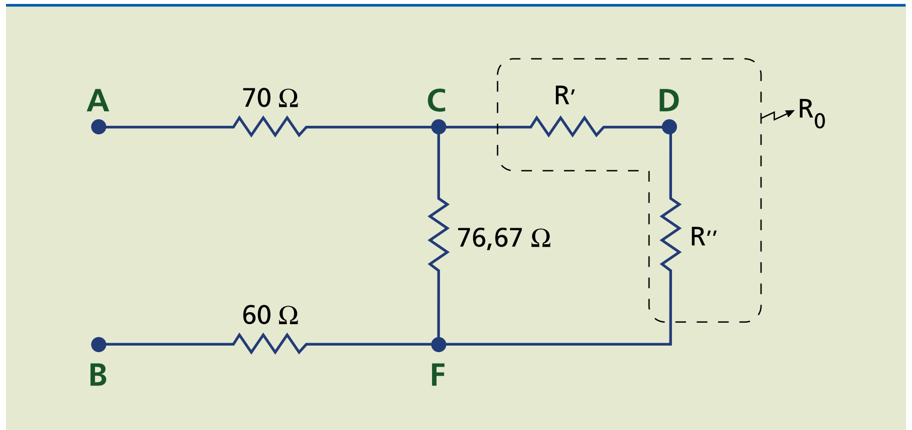


Figura 2.43
Simplificação do circuito da figura 2.41.

e) Calcula-se a resistência em série, obtendo-se $R_0 = R' + R'' = 18{,}4 + 21{,}4 = 39{,}4\ \Omega$.

f) Calcula-se a associação em paralelo do resistor de 76,7 Ω com R_0, obtendo-se o resistor:

$$R_x = \frac{76{,}67 \cdot 39{,}8}{76{,}67 + 39{,}8} = 26{,}2\ \Omega\text{, ilustrado na figura 2.44.}$$

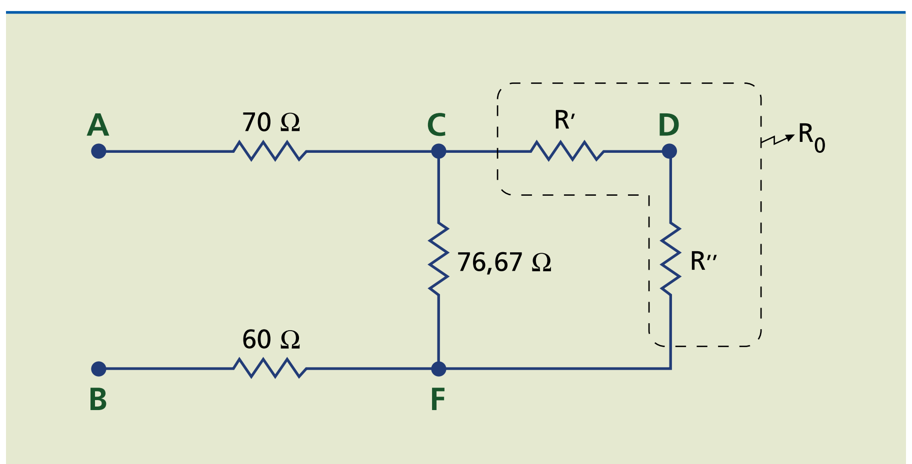


Figura 2.44
Simplificação do circuito da figura 2.43.

g) Calcula-se a associação em série da figura 2.43, obtendo-se:

$$R_T = 70 + 26{,}2 + 60 = 156{,}2\ \Omega.$$

Observa-se que as duas estratégias de solução levaram ao mesmo resultado. Sugere-se que o leitor tente outro caminho como exercício.

2. Determine a resistência equivalente entre os pontos A e B do circuito da figura 2.45.

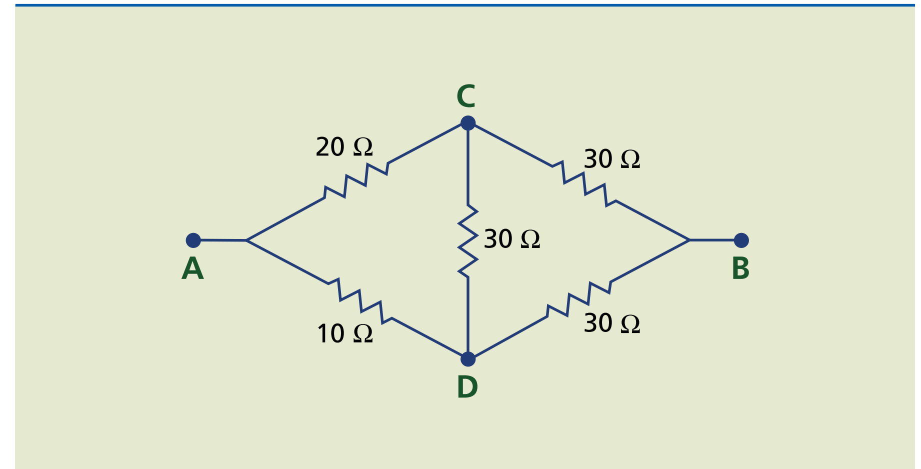


Figura 2.45
Circuito misto.

Solução:

a) Uma possível solução é transformar o triângulo CDB em estrela, o que é indicado na figura 2.46.

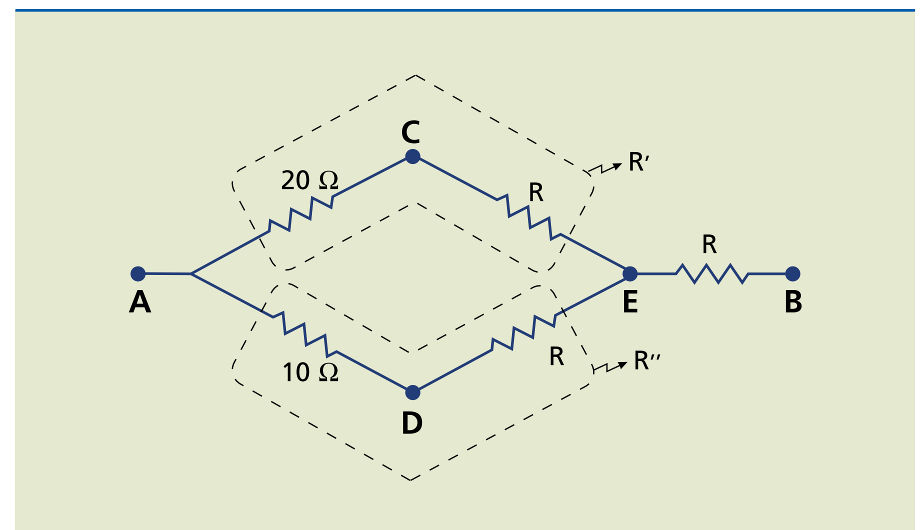


Figura 2.46
Simplificação do circuito da figura 2.45.

b) Para o triângulo CDE, as três resistências são iguais; logo, as resistências da estrela equivalente também serão, e terão valor R calculado por:

$$R = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30 + 30} = \frac{30}{3} = 10{,}0\ \Omega$$